

Probabilidad y Estadística (M)

Clase Práctica 15: Borel-Cantelli.

1. Revisar la demostración del teorema que postula que la convergencia casi segura implica la convergencia en probabilidad.
2. Demostrar que si $\sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{P}(|X_n - X| > \varepsilon) < \infty$ para todo ε positivo, $X_n \rightarrow^{cs} X$.
3. Sea $X_n = 5Be(1 - \frac{1}{2n^\alpha})$.
 - (a) Probar que X_n converge a 5 en probabilidad.
 - (b) Probar que $\alpha > 1 \Rightarrow X_n \rightarrow^{cs} 5$.
 - (c) Probar que si $\alpha \leq 1$ y las X_n son independientes, entonces la sucesión no converge casi seguramente.
4. Sea $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una suc. de v.a.i.i.d. con densidad $f(x) = \frac{2x}{\theta} \mathbf{1}_{(0,\theta)}(x)$. Probar que el máximo $X^{(n)}$ converge a θ casi seguramente.