

Probabilidades y Estadística (C)

1. Sea X una variable aleatoria cuya función de densidad está descrita por:

$$f_X(x) = \frac{2\alpha x + 1}{2} I_{[-1;1]}(x)$$

- a) Describir los posibles valores de α para que la densidad esté bien definida.
- b) Para $\alpha = \frac{1}{2}$:
- calcular $P(X < 1)$, $P(0 < X \leq 1)$ y $P(X < 0 | -\frac{1}{2} < X < \frac{1}{2})$;
 - hallar la media y la mediana de X y compararlas;
 - hallar la varianza de X .
2. Sea X una variable aleatoria de media 2 y varianza 9.
- a) Calcular la media y la varianza de $Y = 2(X - 1)$
- b) Calcular la media de $Y = 2X^2 + 1$.
- c) Calcular la media de $Y = 2(X - 1)(X - 3)$
- d) Hallar $\min_{c \in \mathbb{R}} E[(X - c)^2]$.
- e) Hallar a y b tales que $aX + b$ tenga media 0 y desvío 1.
3. El nivel X de pesticida (en mg) de una manzana se encuentra distribuido de manera uniforme en el intervalo $[0; 0,2]$. Se considera tóxico un nivel de 0,08 mg o más.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de intoxicarse comiendo solo una manzana?
- b) Hallar la probabilidad de que el nivel de pesticida sea exactamente de 0,1 mg.
- c) Ximena prueba manzanas hasta obtener 5 que no sean tóxicas ¿Cuál es la probabilidad de que esto ocurra en la séptima muestra?
4. La medida (en cm) de la longitud de la cintura de los hombres en Buenos Aires sigue una distribución normal con media 75 y varianza 25; es decir, con parámetros $\mu = 75$ y $\sigma^2 = 25$. Se sabe que todos los hombres de menos de 70 cm de cintura usan cinturón de talle 1, mientras que los de cintura entre 70 y 80 cm usan talle 2 y los restantes talle 3.
- a) ¿Qué proporción de hombres usa cinturones de talle 2?
- b) ¿Cuál debería ser la longitud máxima de cintura del talle 1 si se quiere que el 30% de los hombres use este talle?
- c) En una tienda un cliente acaba de comprar un cinturón de talle 2 para uso personal. Sabiendo esto, cuál es la probabilidad de que su cintura mida más que 75 cm?
- d) Si en la tienda entran al azar hombres a comprar de a un cinturón, ¿cuál es la probabilidad de que los primeros tres cinturones que se vendan sean del mismo talle?
5. La vida útil en días de las lamparitas marca Osram tiene una distribución $X \sim N(100, 900)$ y la vida de las lamparitas marca Philips tiene una distribución $Y \sim N(150, 400)$. Si compramos una lamparita de una de las dos marcas al azar y la estamos usando hace a 200 días sin que se quemara, ¿cuál es la probabilidad de que sea de cada una de las marcas?