Probabilidades y Estadística (C)

1. Calcule la distribución de $X+Y$, si

   a) $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, $Y \sim \mathcal{P}(\mu)$ independientes.

   b) $X, Y \sim \mathcal{E}(\lambda)$ independientes.

2. Un vestido se arma uniendo dos retazos de tela. El largo de cada retazo (en metros) es una variable aleatoria $\mathcal{U}(0,1)$, independiente de la longitud del otro retazo.

   a) Hallar la función de distribución y la función de densidad de la variable aleatoria que mide el largo del vestido.

   b) Si $X, Y \sim \mathcal{U}(0,1)$ independientes, calcular $P(X \leq \frac{1}{2} - Y)$.

3. *a*) Sea $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$. Calcular la función generadora de momentos de X. A partir de $M_X(t)$, calcular $E(X)$, $V(X)$ y rehacer el ejercicio $1b$.

   b) Repetir el ítem anterior para $X \sim Bi(n,p)$.

4. Un Bon o Bon está compuesto de dos partes, un centro de pasta de maní y una cobetura de chocolate. El peso (en gramos) del centro de pasta de maní es una v.a. X con $E(X) = 20$ y $V(X) = 0,15$, y el peso (en gramos) de la cobertura de chocolate es una variable aleatoria Y con $E(Y) = 8$ y $V(Y) = 0,10$ y el peso (en gramos) de un paquetito vacío es una variable aleatoria Z con $E(Z) = 2$ y $V(Z) = 0,05$. Sabemos que las tres variables aleatorias definidas antes son independientes. Se define la variable aleatoria W = peso (en gramos) de un Bon o Bon.

   a) Hallar $E(W)$ y $V(W)$.

   b) Hallar una cota inferior para la probabilidad de que W esté entre 28,5 y 31,5.

   c) Si se compran al azar 10 bombones, hallar una cota inferior para la probabilidad de que el peso promedio de los 10 bombones esté entre 28,5 y 31,5.

   d) ¿Cuántos bombones debería comprar para asegurar que la probabilidad de que el peso promedio esté entre 28,5 y 31,5 sea al menos 0,999?