
Probabilidades y Estadística (C)

1. Un Bon o Bon está compuesto de dos partes, un centro de pasta de maní y una cobertura de chocolate. El peso (en gramos) del centro de pasta de maní es una v.a. X con $E(X) = 20$ y $V(X) = 0,15$, y el peso (en gramos) de la cobertura de chocolate es una variable aleatoria Y con $E(Y) = 8$ y $V(Y) = 0,10$ y el peso (en gramos) de un paquetito vacío es una variable aleatoria Z con $E(Z) = 2$ y $V(Z) = 0,05$. Sabemos que las tres variables aleatorias definidas antes son independientes. Se define la variable aleatoria $W =$ peso (en gramos) de un Bon o Bon.
 - a) Hallar $E(W)$ y $V(W)$.
 - b) Hallar una cota inferior para la probabilidad de que W esté entre 28.5 y 31.5.
 - c) Si se compran al azar 10 bombones, hallar una cota inferior para la probabilidad de que el peso promedio de los 10 bombones esté entre 28.5 y 31.5.
 - d) ¿Cuántos bombones debería comprar para asegurar que la probabilidad de que el peso promedio esté entre 28.5 y 31.5 sea al menos 0.999?
2. Se lanza 40 veces una moneda honesta. Hallar la probabilidad de que se obtengan exactamente 20 caras. Usar la aproximación normal y compararla con la solución exacta.
3. Se quiere medir el número de personas que votarán a un cierto candidato A en una cierta población. Sea p la proporción real de individuos de la población que efectivamente lo votarán. Para estimar p se eligen n personas al azar de la población y se les pregunta si votarán o no al candidato A . Definimos para cada $1 \leq i \leq n$

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si la } i\text{-ésima persona encuestada votará a } A \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Asumimos que las variables aleatorias X_i son i.i.d.

- a) ¿Cómo estimaría p ?
- b) Se desea estudiar cuánto difiere el estimador propuesto en a) del verdadero valor de p . Acotar la probabilidad de que el estimador difiera de p en más que 0,05 para $n = 50$, $n = 100$, $n = 500$ y $n = 1000$. ¿Qué pasa cuando n tiende a infinito?
- c) ¿A cuántas personas habría que encuestar si desea que el estimador difiera de p en menos de 0.05 con probabilidad mayor a 0.99?

-
- d) Rehacer ambos items anteriores aproximando las probabilidades en lugar de acotarlas.
4. El tiempo de vida de una batería es una variable aleatoria de media 40 horas y desvío 20 horas. Una batería se usa hasta que falla, momento en el cual se la reemplaza por una nueva. Suponiendo que se dispone de un stock de 25 baterías, cuyos tiempos de vida son independientes, aproximar la probabilidad de que pueda obtenerse un uso superior a las 1100 horas. ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que el promedio de vida sea superior a 45 horas?
 5. Una excursión dispone de 100 plazas. La experiencia indica que cada reserva tiene una probabilidad 0.1 de ser cancelada a último momento. No hay lista de espera. Se supone que los pasajeros hacen sus reservas individualmente, en forma independiente. Se desea que la probabilidad de que queden clientes indignados por haber hecho su reserva y no poder viajar sea menor que 0.01. Calcular el número máximo de reservas que se pueden aceptar.