PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (C) **Turno tarde**

Ejercicio 1

Sea (X, Y) un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x,y) = \frac{x^2}{2y^2} \quad I_{[-1,1]}(x) I_{(x^2,+\infty)}(y)$$

(a) Hallar f_X y f_Y.

(b) Calcular $P(Y \leq 1 | 0 \leq X \leq 1)$.

(c) Hallar $f_{Y|X=\frac{1}{3}}(y)$ y $P(\frac{1}{10} \leq Y \leq 1 | X = \frac{1}{3})$.

(d) Calcular *P(X+Y<2)*

(e) Hallar *Cov (X,Y)*

(f) Analizar de distintas formas la independencia de X e Y.

Ejercicio 2

Se elige un punto al azar en el intervalo $(0,1)$ y se llama X a la distancia de este punto al origen. Luego se elige otro punto al azar en el intervalo $[x,1]$ y se llama Y a la distancia de éste al origen.

i) ¿Qué distribución tiene $Y|X = x$?

ii) Calcular la función de densidad conjunta.

iii) Hallar la función de densidad de Y.

Ejercicio 3

La cantidad X de huevos que pone una pájara tiene la siguiente función de probabilidad puntual: P(X=0)=0.3, P(X=1)=0.5 y P(X=2)=0.2. La probabilidad de que un huevo se desarrolle es p=0.6 y supongamos que hay independencia entre los desarrollos de los distintos huevos. Sea Y: "número de huevos que se desarrollan".

a) ¿Qué distribución tiene Y|X=k, para k=0,1,2?
b) Hallar la función de probabilidad conjunta del vector (X,Y)
c) Calcular la Cov(X,Y). ¿Son X, Y independientes?

Ejercicios 4

Sean X e Y variables aleatorias independientes con distribución geométrica de parámetro p.

a) Probar que *X*+*Y* tiene distribución BN(2,p)
b) Si p = 1/3 calcular la esperanza y varianza de 3*X*-2*Y*-1.

Ejercicio 5

Sean *X* e *Y* variables aleatorias independientes con distribución exponencial de parámetro λ. Hallar la distribución de *W* = *X*+*Y*.

Ejercicio 6

Se diseña un ascensor de carga cuyo límite es 1000 kg. El peso de cada caja sigue una distribución normal con un peso medio de 32 kg y un desvío estándar de 10 kg.

i) ¿Cuál es la probabilidad de que un grupo de 30 cajas exceda el límite de carga? $Rta:$ 0.2326
Sugerencia: se tiene una suma de 30 variables aleatorias independientes X_i, con distribución normal.

ii) Se toma una muestra aleatoria simple de 5 cajas, ¿cuál es la probabilidad de que el peso mínimo de la muestra sea inferior a 30kg?
Sugerencia: el evento $\min\{X_1,\ldots,X_5\} \geq t$ es equivalente a $X_1 \geq t, \ldots, X_5 \geq t$.

Ejercicios 7

En cierta empresa de informática el 20% de las ventas se realizan al contado, el 30% con tarjeta de débito y el 50% restante con tarjeta de crédito en cuotas. Si se eligen 20 ventas al azar (como la cantidad de ventas es muy grande puede suponer que elegir con o sin reposición es casi lo mismo):

i) ¿Cuál es la probabilidad de que 8 sean al contado, 1 sea con débito y 11 con crédito? ¿Y de que 4 sean al contado y 5 con débito?

ii) ¿Cuál es la probabilidad de que 13 sean con crédito? ¿Y de que 10 sean con débito o crédito? ¿Qué distribuciones usa?