

## Clase práctica 9 (19/04/18) Proba (C)

**Ejercicio 0.1.** La vida útil de una batería de un auto medida en kilómetros recorridos tiene distribución exponencial con un promedio de 20.000 km. Si una familia planea un viaje de 5.000 km para recorrer la ruta 40, cuál es la probabilidad de que no tengan que cambiar la batería durante el viaje si la batería tiene un uso de 10.000 km?

**Ejercicio 0.2.** Supongamos que  $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$ , definimos la variable aleatoria  $G = [X] + 1$  donde  $[\cdot]$  denota a la parte entera de un número. Probar que  $G \sim \mathcal{G}e(p)$  para algún  $0 < p < 1$ .

**Ejercicio 0.3.** El tiempo de vida de una lámpara LED en años esta dado por una variable aleatoria  $X$  con la siguiente densidad:

$$f_X(x) = \frac{1}{x^2} \cdot I_{[1,+\infty)}(x)$$

- Probar que es una densidad y calcular su distribución acumulada.
- El tiempo medio de vida de una lámpara se define como su mediana. Para esta distribución, cuál es el tiempo medio de vida de una lámpara LED?
- Si compre 5 lámparas, cuál es la probabilidad de que luego de un año y medio tenga que reemplazar a dos de ellas?
- Repetir el item b) si ahora  $X \sim \mathcal{E}(1/2)$ .

**Ejercicio 0.4.** Si un tirador practica arco y flecha, y se dispara a un disco (de radio 1) cuyo blanco esta en el centro, y se define la variable aleatoria  $X$  como 'la distancia de la flecha al blanco'. Suponiendo que la flecha siempre cae dentro del disco, y que la probabilidad de que la flecha esté distancia menor a  $r$  es proporcional al área del disco de radio  $r$ .

- Cuál es la distribución de esta variable aleatoria?
- Si se considera que un tirador da en el blanco cuando la flecha esta a distancia menor a  $\frac{1}{10}$ , cuál es el número de disparos esperado para que el tirador dé en el blanco?

Supongamos que un nuevo tirador tiene distribución  $X = |Z|$  con  $Z \sim N(0, 1)$ . Repetir los dos items anteriores para este tirador.

**Ejercicio 0.5.** 1. Si  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  entonces  $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$ .

- Si  $X \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$  entonces  $\lambda X \sim \Gamma(\alpha, 1)$ .