

Clase práctica 16 29/05/18 Proba (C)

Ejercicio 1. Un mercado de acciones sigue tres tipos de estados cada semana, Bull, Bear, o Stagnant. Se define la sucesión $X_n =$ estado del mercado en la semana n -ésima. Si el mercado a tiempo n es bull, la probabilidad de que sea bull la siguiente semana es 0.9, la probabilidad de que pase a ser bear es 0.075. Si en una semana es bear, la siguiente será bull con probabilidad 0.15 y será bear con proba 0.8. Por último si una semana es stagnant, la siguiente semana será bull (o bear) con probabilidad 0.25.

- Calcular la matriz de probabilidades de transición de la cadena.
- Dibujar el grafo asociado.
- Si $P(X_0 = 1) = P(X_0 = 2) = \frac{1}{2}$, hallar la distribución de X_1 .
- Encontrar la medida invariante, también llamada distribución de estado estacionario.

Ejercicio 2. Sea $(X_n)_n$ una cadena de Markov con matriz de transición

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Esta cadena describe el movimiento entre tres ubicaciones A, B y C de una flota de camiones.

- Dibuje el grafo asociado.
- Si inicialmente (en $t = 0$) todos los camiones se encontraban en A, calcular el porcentaje de camiones en A a tiempo $t = 3$.
- Encuentre la distribución de estado estacionario.

Ejercicio 3. El flujo mensual de empleo en EEUU esta dado por la siguiente dinámica. Hay 122m (millones) de personas empleadas (E), de las cuales por mes 1.8m pasan a estar desempleadas (U) y 2.8m dejan la fuerza laboral (deja de buscar trabajo) (O). Hay 6.2m de desempleados, de los cuales cada mes 1.4m encuentra trabajo y 1.4m deja la fuerza laboral. Por último hay 59.3m de personas fuera de la fuerza laboral, de las cuales cada mes 3m toma un trabajo, y 1.4m pasa a buscar trabajo (i.e. pasa a ser desempleada). Como modelo ('toy model') suponemos que el flujo de empleo mensual sigue un proceso de Markov.

- Encontrar matriz de probabilidades de transición de la cadena.
- Dibujar el grafo asociado.
- Si alguien se encuentra inicialmente desempleado, encontrar la probabilidad de que luego de 3 meses se encuentre empleado, desempleado o fuera de la fuerza laboral.
- Encontrar la distribución de estado estacionario. El mercado laboral se encuentra en equilibrio?