

Clase práctica 12 03/05 Proba (C)

Ejercicio 1. Sea (X, Y) un vector aleatorio continuo con función de densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k \frac{x^2}{y^2} & 0 < x < 1, x^2 < y < 1 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

- a) Hallar el valor de k .
- b) Calcular f_X y f_Y .
- c) Decidir si X e Y son independientes.
- d) Calcular $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(Y)$, $\mathbb{V}(X)$, $\mathbb{V}(Y)$, $\text{Cov}(X, Y)$, $\rho(X, Y)$.
- e) Calcular $P(X < Y)$.

Ejercicio 2. (El algoritmo **Quicksort**) Se define el siguiente algoritmo de ordenamiento, si se le dan n distintos valores (reales, enteros, etc) desordenados y queremos ordenarlos de menor a mayor, el algoritmo es el siguiente:

1. Si $n = 2$ entonces se comparan ambos valores y se los ordena.
2. Si $n > 2$ entonces se elige un valor al azar y se lo compara contra todos los otros, se pone a los menores en un conjunto y a los mayores en otro conjunto.
3. Se itera el algoritmo en cada conjunto más pequeño (Divide and Conquer).

Se define la variable aleatoria

$X =$ 'número de comparaciones que necesita **Quicksort** para ordenar n valores'

Cuál es la esperanza de X ?

Ejercicio 3. (La aguja de **Buffon**) Dada una aguja de longitud l , se la arroja al azar en el plano, donde hay dibujadas rectas paralelas a distancia d una de otra, con $l < d$. Cuál es la probabilidad de que la aguja interseque a una recta?