

Cadenas de Markov

Nicolás Villagrán dos Santos

29/05/2018

Ejercicio 1. La final del mundial - penales

La cabra salteña predijo que la final del mundial será el clásico sudamericano: Argentina contra Brasil. Además, se definirá por penales, cada equipo acertando los primeros cinco penales.

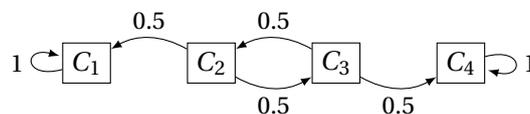
Cuando se llega a la fase de *muerte súbita*, cada equipo debe patear un penal. Si aciertan o erran los dos, se empata y se pasa a la siguiente ronda. Si uno de los dos mete el penal, y el otro no, gana ese equipo. Suponiendo que Argentina acierta un penal con probabilidad p_A , y Brasil, con probabilidad p_B , plantear un modelo adecuado para el resultado de la final de la copa del mundo.

Ejercicio 2. Modelo ON-OFF para un circuito Un circuito electrónico puede estar en dos estados (prendido y apagado) según la corriente que circule. En cada instante, el procesador manda un señal para prenderlo (con probabilidad α), dejarlo como está, o apagarlo (con probabilidad β).

- Indicar la matriz de transición asociada a este modelo
- ¿Cómo modelaría un circuito que estuviera siempre prendido? ¿Y siempre apagado?
- Sabiendo que para un sistema en particular $\alpha = 0.25$ y $\beta = 0.5$, ¿a lo largo de toda la vida útil del circuito, cuál es la proporción de tiempo que se espera que se mantenga encendido?

Ejercicio 3. El camino del borracho

Un borracho sale de juerga una noche por una cuadra en la ciudad. En esa cuadra hay un bar de barrio en la esquina (C_1), un pub irlandés (C_2), una cervecería (C_3) y, en la otra esquina, la comisaría (C_4). Cada vez que sale de uno de los bares, decide ir a derecha o izquierda al azar (si sale del bar de barrio, siempre va hacia el pub, porque se le terminó la cuadra). Una vez que llega a la comisaría, la policía lo mete en la cárcel por su avanzado estado de ebriedad.



- Si empieza su noche de parranda en el bar de barrio, ¿cuál es la probabilidad de que siga ahí luego de tres movimientos?
- Sin hacer cuentas, ¿dónde es esperable que termine su noche?
- Calcular la probabilidad a largo plazo de estar en cada lugar.

Ejercicio 4. Modelo de máximo nivel educativo alcanzado

Se puede considerar a la población de la ciudad de Buenos Aires dividida según el máximo nivel educativo finalizado: primario, secundario o universitario. Se estima que si una persona sólo terminó la escuela primaria, sus hijos completarán la escuela primaria con probabilidad 0,6, y la secundaria con probabilidad 0,3. En cambio, un cuarto de los hijos de las personas que sólo completaron la secundaria finalizarán sólo la primaria, y la mitad pasará a la escuela secundaria. Entre los graduados universitarios, un 10 % sólo completará la primaria, y un 30 % sólo completará la secundaria

- Indicar la matriz de transición asociada a este modelo
- Cuál es la probabilidad de que el nieto de una persona que sólo terminó la escuela primaria llegue a completar una carrera universitaria?
- Cómo es la distribución a largo plazo de la población según nivel educativo alcanzado? Cuántos graduados de la escuela secundaria habrá si hay 3 millones de personas en Buenos Aires?