

- 1) Un examen de múltiple choice está compuesto de 15 preguntas, cada pregunta con 5 respuestas posibles de las cuales sólo una es correcta. El examen se aprueba si se contestan correctamente al menos el 40% de las preguntas. Suponga que uno de los estudiantes que realiza el examen contesta las preguntas al azar.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe el examen?
 - b) ¿Cuál es el número de respuestas correctas esperado?

- 2) Supongamos que la máquina 1 produce (diariamente) el doble de artículos que la máquina 2. Sin embargo el 4% de los artículos producidos por la máquina 1 es defectuoso, mientras que la máquina 2 produce un 2% de artículos defectuosos. Supongamos que se combina la producción diaria de las dos máquinas. Se toma una muestra aleatoria de 10 artículos de la producción combinada. ¿Cuál es la probabilidad de que contenga 2 defectuosos exactamente? Obs: Se puede suponer que la cantidad de artículos que produce la máquina es suficientemente grande en relación al tamaño de muestra con lo cual, las extracciones se realizan con reposición.

- 3) Un juego consiste en lo siguiente: se tiene una moneda tal que la probabilidad de cara es $1/3$. Se lanza la moneda hasta que aparece la tercera cara. Si la tercera cara aparece hasta el cuarto lanzamiento inclusive se gana \$1, si la cara aparece en el quinto o sexto lanzamiento no se gana ni se pierde y si aparece después se pierde \$2. Hallar la función de probabilidad puntual de la variable aleatoria G: "ganancia (o pérdida) del juego" y calcular su esperanza.

- 4) El número de burbujas de aire que contiene cada placa de vidrio fabricada por una determinada empresa tiene distribución Poisson de parámetro 2.
 - a) Calcular la probabilidad de que una placa elegida al azar no tenga burbujas de aire. Ídem para más de dos burbujas.
 - b) El precio de venta de cada placa de vidrio depende de la cantidad de burbujas de aire. Si la placa no tiene burbujas de aire, el precio de venta es de \$50, si la placa tiene 1 ó 2 burbujas el precio de venta es de \$40 y si tiene más de 2 burbujas el precio de venta es de \$20. Al fabricante le cuesta \$15 producir una placa de vidrio. Hallar la probabilidad puntual del precio de venta de una placa. ¿Cuál es la ganancia neta esperada por el fabricante al vender una placa?
 - c) Las placas se venden en lotes de 15. Asumir que las placas son fabricadas independientemente.
 - i) ¿Cuál es la probabilidad de que en un lote haya exactamente dos placas sin burbujas de aire?
 - ii) Hallar el número esperado de placas sin burbujas de aire en un lote.
 - d) Suponer ahora que la placa de vidrio tiene área A y que la cantidad de burbujas de aire que contiene tiene distribución Poisson de parámetro 0.4 A. Hallar el valor de A si se sabe que la probabilidad de encontrar al menos una burbuja de aire es igual a 0.998.

- 5) De las personas que pasan por un detector de metales en un aeropuerto, 0.5% lo activa. Sea X: número entre un grupo de 500 personas seleccionadas al azar que activan el detector.
 - a) ¿Cuál es la función de probabilidad puntual de X? ¿Cuál es la función de probabilidad puntual aproximada de X?
 - b) Calcular $P(X=5)$ usando la distribución exacta y aproximada.
 - c) Calcular $P(X \geq 5)$ usando la distribución aproximada.

Algunos autores sugieren $n \geq 100$, $p \leq 0.01$ y $np \leq 20$.

En la siguiente tabla se presentan a modo de ejemplo, algunos valores exactos de la probabilidad y su aproximación para el caso $X \sim Bi(100, 1/36)$

| k | Prob. exacta (Binomial) | Aproximación |
|----|-------------------------|--------------|
| 0 | 0.0598 | 0.0622 |
| 1 | 0.1708 | 0.1727 |
| 2 | 0.2416 | 0.2399 |
| 5 | 0.0857 | 0.0857 |
| 8 | 0.0049 | 0.0055 |
| 9 | 0.0014 | 0.0017 |
| 10 | 0.0004 | 0.0005 |

Como se observa, la aproximación es bastante buena, aún cuando no se cumple la condición $p \leq 0.01$.