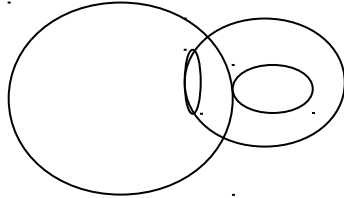


Trabajo Nro. 6

Actividad 1:

- a. Conocemos los números de Euler de la esfera ($N=2$), del toro ($N=0$). Si a una esfera le agregamos un toro, la nueva superficie (un toro con un chichón) tendrá $N=?$



Calculen el número de Euler de

- una esfera a la que le agregamos 2 toros,
- una esfera a la que le agregamos 3 toros,
- una esfera a la que le agregamos p toros.

En el último caso podemos escribir $N=2(1-p)$, donde p se llama el **género de la superficie**.

- b. Justifiquen que la cinta de Moebius, la botella de Klein y la caperuza o cofia cruzada son superficies no orientables. Calculen para cada una de ellas la característica o número de Euler.
- c. Analicen si el plano proyectivo es o no orientable (sugerencia: tomen el modelo de un disco en que se identifican puntos diametralmente opuestos).

Actividad 2:

Dados los postulados de Euclides:

1. desde cualquier punto a cualquier otro se puede trazar una recta
 2. toda recta limitada puede prolongarse indefinidamente en la misma dirección
 3. Con cualquier centro y cualquier radio se puede trazar una circunferencia
 4. Todos los ángulos rectos son iguales entre sí
 5. Por un punto exterior a una recta pasa una única paralela a dicha recta.
- a. Analicen su validez en el modelo de Klein
- b. Prueben que por un punto exterior a una recta pasa una única perpendicular (con el modelo de Klein).
- c. Prueben que dos rectas no secantes admiten siempre una perpendicular común (con el modelo de Klein).
- d. Prueben que dos semirrectas a, b admiten siempre una paralela común (con el modelo de Klein).
- e. Analicen la validez de los postulados de Euclides en el modelo de Poincaré
- f. Analicen la validez de los postulados de Euclides en el modelo de la geometría elíptica.

Actividad 3:

- a. Prueben 1. $h_a = \frac{2}{a} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
sale con la fórmula del área de Herón

b. Prueben **3.** $m_a = \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2}$

3. Uso teorema del coseno para b y c, y sale.

c. Prueben **5.** $r = \frac{F}{p} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$

5. Llamo H (en AB), J (en AC) y I (en BC) a los puntos de tangencia, veo la congruencia de los triángulos (por ej. AHO y AOJ), sumo las áreas y sale.

d. Prueben **6.** $R = \frac{abc}{4F}$

6. Uso teorema del seno y que $h(b) = c \operatorname{sen} A$ y sale.

e. Busquen el camino mínimo entre dos puntos, A y B, ambos del mismo lado de una recta r, de modo que se recorra sobre r un segmento de longitud fija "s".

f. Busquen el camino mínimo que une dos puntos del interior de un ángulo, que toque los dos lados del ángulo.