## 5.Transformaciones en el plano

**Actividad 1**:

- **a.** Dados los triángulos ABC tal que, A= (2,4), B= (2,7) y C= (4,7) y A'B'C' la imagen por una traslación de ABC tal que A'= (12,0), B'= (12,3) y C'= (14,3), hallar el vector de traslación que se aplicó al triángulo ABC.
- **b.** Dado el paralelogramo ABDC de vértices A= (1,2) B= (6,2) C=(3,5) y D= (8,5), hallar gráficamente su imagen a partir de las siguientes transformaciones:
  - i. La simetría axial de eje la recta s: $y = \frac{2}{3}x + 4$.
  - ii. La simetría central de centro O= (6, -2).
  - iii. La composición de: una traslación de vector (3; -6) y una homotecia de razón 2 y centro O= (0; -6)
- **c.** ¿Cuántos ejes de simetría tiene un rectángulo no cuadrado?
- **d.** Dados una recta r y dos puntos (A y B), uno a cada lado de la recta, hallar gráficamente una recta s por A, y otra recta t por B de modo que r sea la bisectriz del ángulo que forman s y t.
- **e.** Dados un polígono ABCDEF y un punto A', que es el simétrico de A por una simetría central, hallar el centro de simetría y encontrar A'B'C'D'E'F'.

**Actividad 2**:

- **a.** Probar que las afinidades en el plano forman un grupo.
- **b.** Las ecuaciones de una rotación de ángulo α y centro el punto (0, 0) se pueden escribir como

$$x'_1 = x_1 \cos\alpha - x_2 \operatorname{sen}\alpha$$
$$x'_2 = x_1 \operatorname{sen}\alpha + x_2 \cos\alpha$$

¿Cómo se modifican esas ecuaciones si el centro es (a, b)?

- **c.** Hallar las ecuaciones de la simetría de eje $y = -x$.
- **d.** Probar que el producto de dos simetrías axiales de ejes concurrentes es una rotación.

**Actividad 3**:

- **a.** Hallar una afinidad que mande el paralelogramo de vértices

(1, 1), (3, 1), (2, 2) y (4, 2)

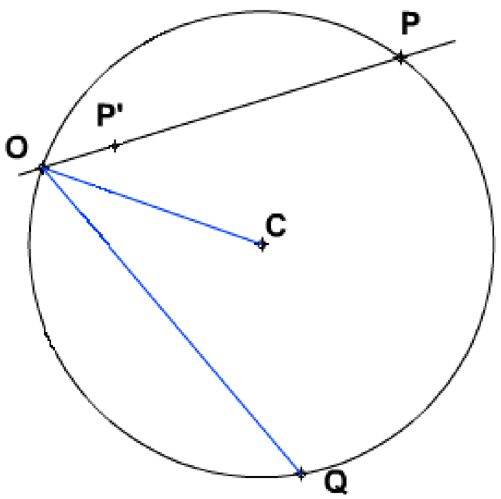
en el cuadrado de vértices:

(0, 0) , (1, 0) , (0,1) , (1, 1).

- **b.** Hallar la afinidad que manda la elipse con semiejes sobre los ejes cartesianos de longitudes a y b en la circunferencia de radio 1. Deducir cuánto vale el área de la elipse.
- **c.** Dado un cuadrado ABCD, considerar los triángulos AXY, tales que X está sobre la recta AB, Y sobre la recta AD, y X, C, Y están alineados. Probar que el triángulo de menor área es el que tiene el lado XY paralelo a BD. Considerar el mismo problema si ABCD es un paralelogramo.
- **d.** Probar que los triángulos de área máxima inscriptos en una circunferencia son los equiláteros. ¿Cuál es el valor del área? ¿Cuánto vale el área máxima de los triángulos inscriptos en una elipse?

**Actividad 4**:

- **a.** Probar que la inversa de una inversión es ella misma
- **b.** Trazar la circunferencia tangente a otras tres que pasan por un mismo punto O.
- **c.** Para cada $c \in R$ hallar la imagen por una inversión de centro en el origen y radio 1 de la recta $x = c$
- **d.** Dada la inversión de centro O, sean A' y B' los inversos de A y B respectivamente. Probar que el ángulo que forma el segmento AB con la recta OA es igual al ángulo que forma A'B' con la recta OB.
- **e.** ¿En qué se transforma un triángulo equilátero por la inversión que define la circunferencia inscripta?
- **f.** En el dibujo, la circunferencia pasa por el centro de inversión O, y se conoce el inverso de P, que es P'. Hallar la imagen del arco PQ, que no contiene a O, por la inversión dada.




**Actividad 5**:

Dado el centro de una inversión O, y un punto A con su imagen A' por esta inversión:
- **a.** Encontrar la imagen de B, donde B es un punto no alineado con O y A.
- **b.** Encontrar la imagen de la recta AB por la inversión de centro O.
- **c.** Encontrar la imagen del segmento AB por la inversión dada.
- **d.** Dar un punto C, no alineado con AB, encontrar la inversión del triángulo ABC.

**Actividad 6**:

Consideremos una circunferencia de centro C y un punto O exterior a la circunferencia. Sean A y B dos puntos sobre la circunferencia tales que O, A, B están alineados y en ese orden; C no pertenece al segmento AB. Sea A' un punto del segmento AB. H es el punto de intersección de la circunferencia con el segmento OC. K es el punto de la circunferencia que verifica AH=HK y $K \neq A$. La paralela a BK por A' corta a OC en C'. Si A' es la imagen de A por una inversión con centro en O, probar que C' es la imagen de C por esa misma inversión.

**Actividad 7**

Sean $C_1$ y $C_2$ dos circunferencias de centros $O_1$ y $O_2$, ambas tangentes a dos rectas que se cortan en un punto P, de manera que P está sobre la recta $O_1O_2$, pero no en el segmento $O_1O_2$. Suponiendo que $C_2$ pasa por $O_1$, probar que la recta que une los puntos de tangencia de $C_2$ con las dos rectas es tangente a $C_1$.