

## PROGRAMA

### **1.Lugar geométrico**

1.1.*En la historia:* La recta y la circunferencia. La clasificación griega. Apolonio y Pappus: cónicas. El renacimiento. Coordenadas.

1.2.*Algunos lugares geométricos:* Mediatriz, bisectriz, circunferencia, eje radical, arco capaz.

1.3.*Cónicas como lugar geométrico:* Caracterización de Menelao y Apolonio. Relaciones con el foco y la directriz. Ecuaciones.

1.4.*Sólidos como lugar geométrico:* Algunas cuádricas: cilindro y esfera. Ángulo diedro y ángulo sólido.

### **2.Construcciones Geométricas.**

2.1.*Construcciones con regla y compás:* Resolubilidad de las construcciones con regla y compás, problemas clásicos (la duplicación del cubo, la trisección del ángulo, el heptágono regular, la cuadratura del círculo).

2.2.*Triángulos y circunferencias:* Bisectrices, mediatrices, medianas y alturas, cevianas, propiedades, triángulos órtico y medial, baricentro, ortocentro, circunferencias inscrita y circunscripta, relaciones.

2.3.*Construcción de triángulos, circunferencias y polígonos regulares.*

2.4.*Cuadriláteros y cuadraturas:* Algunas cosas sobre cuadriláteros. Cuadraturas.

### **3.Geometría Projectiva.**

3.1.*El plano proyectivo real:* Puntos impropios, coordenadas no homogéneas, coordenadas homogéneas, rectas, Teorema de Desargues.

3.2.*Colineaciones:* Perspectividades, razón doble, cuaterna armónica, cuadrivértices, colineaciones.

3.3.*Dualidad y Cónicas:* Rectas y haces proyectivos, cuadriláteros, cónicas, exágonos, Teoremas de Pascal y de Brianchon.

3.4.*Colineaciones especiales:* Homologías, afinidades, semejanzas.

### **4.Transformaciones geométricas.**

4.1.*Transformaciones entre conjuntos:* Transformaciones, grupos de transformaciones, transformaciones en la recta.

4.2.*Transformaciones en el plano:* Proyectividades, afinidades, isometrías, transformaciones usando números complejos.

4.3.*Inversiones:* Definición, conjuntos de rectas y circunferencias, el problema de Apolonio, porisma de Steiner, geometría del compás de Mascheroni, construcciones con sólo la regla.

### **5.Resolviendo problemas**

5.1.*Transformaciones topológicas:* Número de Euler para poliedros simples, invariantes topológicos, conexión, teorema de Jordan sobre curvas, teorema de los 4 colores, género de una superficie, característica de Euler, superficies con un solo lado, superficies orientables y no orientables. Triangulaciones. Aplicaciones del teorema de punto fijo.

5.2.*El quinto postulado de Euclides:* Geometrías no euclidianas. El modelo proyectivo (polo y polar respecto de una cónica), el modelo de Poincaré, geometría de Riemann.

5.3. *Medida*: Los inconmensurables, Eudoxo y la teoría de proporciones, el teorema de Thales, medida de segmentos. Paradojas: La medida del área sobre la esfera.

5.4. *Curvas*: en  $\mathbb{R}^3$ : Longitud de arco, curvatura, torsión. Razón áurea o divina proporción, curvas clásicas especiales (cicloides, catenaria, tractriz, espirales, lemniscatas, curvas límites: fractales)

5.5. *Otras aplicaciones*: Máximos y mínimos geométricos, desigualdades geométricas, desigualdades entre los elementos de un triángulo, problemas isoperimétricos, grafos, cubrimientos del plano por polígonos congruentes, mosaicos, los dibujos de Escher.

## **Bibliografía.**

- [1] C.Alsina - *Viaje al país de los rectángulos* - Red Olímpica- Buenos Aires - 1995.
- [2] C.Boyer - *Historia de la matemática* - Alianza - Madrid - 1985.
- [3] R.Courant, H.Robbins - *¿Qué es la matemática?* - Aguilar - Madrid -1955.
- [4] H.S.M.Coxeter - *Introduction to Geometry* - J.Wiley - 1961.
- [5] H.S.M.Coxeter, S.L.Greitzer - *Geometry Revisited* - Math. Ass. of America - Washington D.C. - 1967.
- [6] J.del Río Sánchez - *Lugares geométricos. Cónicas* - Síntesis - Madrid - 1996.
- [7] M.de Guzmán - *Mirar y ver* - Red Olímpica - Buenos Aires - 1993.
- [8] J.Rey Pastor, L.A.Santaló, M.Balanzat - *Geometría Analítica* -Ed. Kapelusz - Buenos Aires - 1955.
- [9] L.A.Santaló - *Geometría en la formación de Profesores* -Red Olímpica - Buenos Aires - 1993.
- [10] L.A.Santaló - *Geometría Proyectiva* - Eudeba - Buenos Aires -1955.
- [11] L.A.Santaló - *Matemática 2, Iniciación a la Creatividad* -Kapelusz - Buenos Aires - 1993.
- [12] B.L.van der Waerden - *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations* -Springer - Berlin.Heidelberg - 1983.