ECUACIONES POLINOMIALES Y ALGORITMOS

Primer Cuatrimestre 2018 – Práctica Singular 2

Teorema de Sturm

1. **Bibliotecas en Singular.** Los procedimientos para trabajar en distintas reas se agrupan en Singular en bibliotecas. La biblioteca "rootsur.lib" contiene rutinas para contar races reales de polinomios de una variable.

   Ejecutar e interpretar los resultados:

```
LIB"rootsur.lib";
help sturm
ring R = 0, x, lp;
poly p = (x+2)*(x-1)*(x-5);
sturm(p,-3,6);
==> 3
p = p*(x2+1);
sturm(p,-3,6);
==> 3
p = p*(x+2);
sturm(p,-3,6);
==> 3
```

2. **Listas** Ejecutar e interpretar los resultados:

```
ring R = 0, x, lp;
list a = 1,"str";
a[1];
==> 1
a[2];
==> str
list b = 2, 3, x;
list c = a+b;
c;
list d = list();
d;
list e = c, 4;
e;
list e = insert(c, 4);
e;
```

3. **Procedimientos y creación de bibliotecas.**

   (a) Grabar el siguiente contenido en un archivo `"raices.lib"` en el directorio de trabajo de Singular.

```
LIB "rootsur.lib";

// Suma dos numeros a + b
proc suma(int a, int b)
{
int c;
c = a + b;
return(c);
}

// Evalua un polinomio p en un valor a
proc valor(poly p, number a)
{
return(subst(p, var(1), a));
}

// Empezando con un polinomio p, un intervalo [a, b] tal que los signos
// de p(a) y p(b) son distintos y una precisin eps,
// aplica bsqueda binaria hasta acotar la raz con la precisin pedida.
proc bolzano(poly p, number a, number b, number eps)
{
if(valor(p,a)*valor(p,b) >= 0){return();}
if((b-a) < eps){return(list(a, b));}
if(valor(p,a)*valor(p,(a+b)/2) < 0){return(bolzano(p, a, (a+b)/2, eps));}
return(bolzano(p, (a+b)/2, b, eps));
}
```

   (b) Correr Singular y cargar la biblioteca `raices`. Probar las distintas funciones.

   (c) Encontrar una raíz del polinomio $p(x) = x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 7x - 3$ con precisión 0.01.

4. **Teorema de Sturm**

   Resolver el Ejercicio 22 de la Práctica 1:

   - **Separación de raíces.** Implementar en Singular una función que dado un polinomio $f \in \mathbb{R}[X]$ y un intervalo $(a, b] \subset \mathbb{R}$, devuelva n intervalos disjuntos $(a_i, b_i]$, $1 \leq i \leq n$, con n la cantidad de raíces reales distintas de f en $(a, b]$, tales que cada intervalo $(a_i, b_i]$ contenga exactamente una raíz de f.

   (puede tomarse como guía la función `bolzano` del ejercicio anterior).

5. Realizar un programa que dado un polinomio $p(x)$, un intervalo $(a, b]$ y una precisión ε, calcule todas las raíces reales de p en el intervalo $(a, b]$ con precisión ε.