1. Una fábrica produce pilas cuya duración en horas, cuando se las destina para un determinado uso, tiene distribución normal de parámetros $\mu_0 = 53$ y $\sigma_0^2 = 25$. No obstante, un desperfecto en un sector de la fábrica produjo un cambio en la calidad de las pilas: del total que se fabrica una proporción 0,7 de ellas tiene la duración correcta mientras que las restantes están falladas y tienen una duración en horas con distribución normal de parámetros desconocidos μ_1 y σ_1^2. Desafortunadamente, no hay forma de distinguir entre una pila común y una fallada a simple vista. Sea D la duración en horas de una pila extraída al azar del lote de producción de la fábrica.

   a) Calcular μ_1 y σ_1^2 sabiendo que $P(D \geq 47) = 0{,}82688$ y $P(D \geq 60) = 0{,}05746$.

   b) Calcular la función de densidad de la duración en horas de una pila extraída al azar del lote de producción de la fábrica.

   c) Si se extrae una pilar al azar del lote de producción y se observa que dura más de 51 horas en funcionamiento, ¿cuál es la probabilidad de que sea una pila fallada?

2. La duración de una amalgama (en años) es una variable aleatoria con distribución exponencial,

   - de parámetro λ_1, si la humedad ambiente al momento de realizarse el arreglo es mayor al 60 %,
   - de parámetro λ_2, si la humedad ambiente al momento de realizarse el arreglo es del 60 % o menor.

   El porcentaje diario de humedad tiene distribución normal, de parámetros $\mu = 55$ y $\sigma^2 = 25$. . La probabilidad de que una amalgama dure más de ocho años es 0,6. También sabemos que dado que una amalgama dura más de ocho años, la probabilidad de que haya sido hecha un día de 60 % de humedad o menos es 0,94.

   a) Hallar la probabilidad de que en un día elegido al azar, el porcentaje de humedad sea de 60 % o menos.

   b) Hallar el percentil (o cuantil) 90 % de la variable que mide el porcentaje de humedad (es decir, hallar el valor $x_{0,90}$ tal que exactamente el 90 % de los días la humedad es menor o igual que $x_{0,90}$).

   c) Calcular λ_1 y λ_2.

   d) Para los ítems que siguen, tome $\lambda_1 = 0,185$ y $\lambda_2 = 0,05$. El arreglo tiene garantía de siete años. Es decir, si la amalgama se arruina antes de los siete años, el dentista se hace cargo de la nueva reparación. Calcular la probabilidad de que el paciente haga uso de la garantía.

   e) **Un mismo día**, Felipe se arregla 3 muelas. Calcular la probabilidad de que alguno de los arreglos se arruine antes de los siete años, asumiendo que los arreglos de diferentes muelas realizados un mismo día se comportan independientemente.

   f) Felipe se arregla 3 muelas en tres días distintos (que pueden considerarse elegidos al azar). Calcular la probabilidad de que alguno de los arreglos se arruine antes de los siete años, asumiendo que los arreglos de diferentes muelas se comportan independientemente.

3. En cierta ciudad el consumo diario de energía eléctrica, en millones de kilovatios por hora, puede considerarse como una variable aleatoria X con distribución Gamma de parámetros $n = 3$ y $\lambda = 0{,}5$. La planta de energía de esta ciudad tiene una capacidad diaria de 10 millones de KW/hora.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que este abastecimientos sea insuficiente en un día cualquiera?.

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día cualquiera se consuman entre 3 y 8 millones de K. W./Hora?

   c) Hallar $E(X)$ y $\mathrm{Var}(X)$.