1. Sea $X_1, X_2, .., X_n$ un muestra i.i.d. donde X_i tiene densidad $f(x,\theta) = e^{-(x-\theta)}\mathbf{1}_{[\theta,+\infty)}(x)$, donde $\theta \in \mathbb{R}$ es desconocido.

   (a) Encontrar el estimador de los momentos de θ. ¿Es insesgado? ¿Es consistente?.

   (b) Se realiza un estudio en el que se recogen n = 50 valores X_i, obteniéndose que $\sum_{i=1}^{50} X_i = 146.28$. Dar una estimación puntual de θ basado en esta muestra.

2. El tiempo T (en segundos) que un ordenador tarda en ejecutar una tarea sigue una variable aleatoria continua de función de densidad

$$f(t;\theta) = \frac{\theta}{t^{\theta+1}}\mathbf{1}_{[1,\infty)}(t), \qquad \theta > 1$$

   (a) Utilizando el método de los momentos, proponer un estimador $\hat{\theta}_1$ para el parámetro θ. ¿Es consistente?

   (b) Se ejecuta 5 veces la tarea, y se cronometra el tiempo que ha tardado cada vez. Estos tiempos son (en segundos): 6, 5, 3, 7, 2. Basándonos en esta muestra, y el estimador $\hat{\theta}_1$, estima la probabilidad de que se tarde más de 5 segundos en realizar la tarea.

   (c) Hallar la densidad de $Y = \ln(X)$, y el estimador de los momentos $\hat{\theta}_2$ para θ con respecto a la muestra $Y_1, Y_2, .., Y_n$. Repita el item (b) con este estimador.

   (d) Hallar el EMV de θ.

3. Sea $X_1, ..., X_n$ una muestra aleatoria, con densidad:

$$f(x;\theta) = 4\frac{\theta^4}{x^5}\mathbf{1}_{[\theta,\infty)}(x), \qquad \theta > 0.$$

   Hallar el EMV de θ.

4. Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $\Gamma(\alpha, \lambda)$. Hallar un estimador para α usando el método de los momentos.