1	2	3	4	Calificación

Apellido y Nombre:

No. de libreta:

Álgebra II - Segundo parcial - 11/7/2017

---

1. (a) Probar que si M es un grupo abeliano y $n \geq 2$, entonces

$$\mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z},\, M) \cong \{x \in M : nx = 0\}.$$

   (b) Deducir del item anterior que si G es un grupo abeliano finito, entonces

$$\mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(G,\, \mathbb{Q}/\mathbb{Z}) \cong G.$$

2. Sea A un anillo conmutativo. Probar que si M es un A-módulo finitamente generado y N es un A-módulo noetheriano, entonces $M \otimes_A N$ es un A-módulo noetheriano.

3. Sea $n \geq 2$. Probar que $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ es inyectivo como módulo sobre sí mismo.

4. Sea $f : C \to C'$ un morfismo de complejos. Definimos el *cono* de f de la siguiente manera:

$$\mathrm{Co}(f)_n = C_{n-1} \oplus C'_n,$$

$$\delta_n : C_{n-1} \oplus C'_n \longrightarrow C_{n-2} \oplus C'_{n-1},$$
$$\delta_n(c, c') = (-d_{n-1}(c),\, d'_n(c') - f_{n-1}(c)).$$

   Probar que:

   (a) $\mathrm{Co}(f) = (\mathrm{Co}(f)_n,\, \delta_n)$ es un complejo;

   (b) Un morfismo de complejos $g : C \to D$ es homotópico al morfismo 0 si y solo si g se extiende a un morfismo $(-s, g) : \mathrm{Co}(1_C) \to D$, donde 1_C es la identidad del complejo C.

Justificar todas las respuestas.