1. (a) Sea $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$, probar que $M_X(t) = \dfrac{\lambda}{\lambda - t}$ para $t < \lambda$.

   (b) Sea $X \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$, probar que $M_X(t) = \left(\dfrac{\lambda}{\lambda - t}\right)^\alpha$ para $t < \lambda$.

   (c) Sea $X_1, X_2, ..., X_n \sim \mathcal{E}(\lambda)$ independientes. Probar que $\sum_{k=1}^{n} X_k \sim \Gamma(n, \lambda)$.

   (d) Sea $X_1 \sim \Gamma(\alpha_1, \lambda)$, $X_2 \sim \Gamma(\alpha_2, \lambda)$ independientes. Probar que $X_1 + X_2 \sim \Gamma(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)$.

2. Sea $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una suceción de variables aleatorias, donde $X_n \sim \mathcal{U}[0, 1/n]$. Determinar su límite en distribución.

3. Un empresario le paga a un determinado empleado \$350 por día. El empleado hace una cantidad aleatoria de productos por día, cuya venta le deja a la empresa una ganancia de $\$X$, donde $X \sim \mathcal{U}[700, 800]$. Lo vendido cada día es independiente de los demás. Se llama plusvalía a la ganancia que se queda el empresario, entre lo que obtiene de ventas y el salario que le paga al empleado. Llamemos P_i a la plusvalía del día i-ésimo.

   (a) Escribir P_i como función de X_i. Determinar $E(P_i)$ y $V(P_i)$.

   (b) Queremos estimar la plusvalía total obtenida en 2 meses (40 días hábiles). Aproximar la probabilidad de que dicho valor sea mayor a \$16.100.

   (c) El dueño de la empresa considera que un día de trabajo del empleado fue productivo si la cantidad producida se vende por más de \$425. Aproximar la probabilidad de que en esos dos meses el empleado haya tenido al menos 12 días productivos.