

1. Sea X_1, X_2, \dots, X_n un muestra i.i.d. donde X_i tiene densidad $f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)} \mathbf{1}_{[\theta, +\infty)}(x)$, donde $\theta \in \mathbb{R}$ es desconocido.

(a) Encontrar el estimador de los momentos de θ .

(b) Se realiza un estudio en el que se recogen $n = 50$ valores X_i , obteniéndose que $\sum_{i=1}^{50} X_i = 146.28$.

Dar una estimación puntual de θ basado en esta muestra.

2. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una distribución $\Gamma(\alpha, \lambda)$. Hallar un estimador para α usando el método de los momentos.

3. El tiempo T (en segundos) que un ordenador tarda en ejecutar una tarea sigue una variable aleatoria continua de función de densidad

$$f(t; \theta) = \frac{\theta}{t^{\theta+1}} \mathbf{1}_{[1, \infty)}(t), \quad \theta > 1$$

(a) Utilizando el método de los momentos, proponer un estimador $\hat{\theta}_1$ para el parámetro θ .

(b) Se ejecuta 5 veces la tarea, y se cronometra el tiempo que ha tardado cada vez. Estos tiempos son (en segundos): 6, 5, 3, 7, 2. Basándonos en esta muestra, y el estimador $\hat{\theta}_1$, estima la probabilidad de que se tarde ms de 5 segundos en realizar la tarea.

(c) Hallar la densidad de $Y = \ln(X)$, y el estimador de los momentos $\hat{\theta}_2$ para θ con respecto a la muestra Y_1, Y_2, \dots, Y_n . Calcular su esperanza. Repita el item (b) con este estimador.