

1. Sea  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  una sucesión de variables aleatorias tales que

$$p_{X_n}(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & \forall x = 0, \frac{1}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

Mostrar que  $X_n \xrightarrow{\mathcal{D}} X$ , con  $X \sim U_{[0,1]}$ .

2. Sean  $X_1, \dots, X_n$  v.a. i.i.d. Sea  $Z_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ .

(a) Calcular el límite en probabilidad de  $Z_n$

- i. si sabemos que  $\mathbb{E}(X_i) = 2, V(X_i) = 1, \mathbb{E}(X_i^4) = 32$ ;
- ii. si sabemos que  $X_i \sim \mathcal{E}(3)$ .

(b) Sea  $l$  el límite hallado en (a)ii. Sabiendo que  $X_i \sim \mathcal{E}(3)$ , calcular  $n$  tal que

$$P(|Z_n - l| > 0,01) < 0,05.$$

3. El horario de entrada al trabajo de un empleado es a las 8:30 hs. El empleado llega diariamente con distribución uniforme en el intervalo 8:30-8:50. Si cada día le descuentan  $10t$  centavos, donde  $t$  es la tardanza de ese día en minutos,

- (a) Calcular aproximadamente la probabilidad de que en 30 días le descuenten más de \$25.
- (b) Calcular aproximadamente la probabilidad de que en 30 días el descuento promedio diario se encuentre entre \$0,80 y \$1,10.
- (c) ¿Cuántos días deberán pasar para que el descuento total supere los \$50 con probabilidad aproximada de al menos 0.95?