

1. Sea (X, Y) un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \frac{x^2}{2y^2} \mathbf{1}_{[-1,1]}(x) \mathbf{1}_{[x^2, +\infty)}(y)$$

- (a) Hallar f_X .
- (b) Calcular $\mathbb{P}[Y \leq 1 | 0 \leq X < 1]$.
- (c) Hallar $f_{Y|X=1/3}(y)$. Calcular $\mathbb{P}[1/10 \leq Y \leq 1 | X = 1/3]$.

2. Sea (X, Y) un vector aleatorio cuya función de densidad conjunta es

$$f_{XY}(x, y) = 2xe^{-x^2} \mathbf{I}_{(0, x^2)}(y) \mathbf{I}_{(0, +\infty)}(x)$$

- (a) Calcular $\mathbb{P}[X - Y = 0]$.
- (b) Hallar f_X, f_Y . Decidir si X e Y son independientes.
- (c) Hallar $f_{X|Y=y_0}(x)$. Calcular $\mathbb{P}[1 \leq X \leq \sqrt{2} | Y = 1]$.
- (d) Sea $T \sim U_{[0,1]}$, independiente de Y . Hallar la función de densidad de la variable $Z = T + Y$.