

1. En un bolillero hay 5 bolillas numeradas del 0 al 4, de las cuales se extraen dos (con reposición). Sean  $\mathbf{B}_1$  y  $\mathbf{B}_2$  los números de las bolillas extraídas. Se define

$$\mathbf{X} = \begin{cases} \mathbf{B}_1 & \text{si } \mathbf{B}_1 \text{ es impar} \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 \leq 2 \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

- (a) Hallar la probabilidad puntual conjunta del vector  $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ .  
 (b) Hallar  $p_{\mathbf{X}}$ ,  $p_{\mathbf{Y}}$ , y  $F_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}$ . ¿Son  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{Y}$  independientes?  
 (c) Hallar  $\mathbb{E}(X)$ ,  $\mathbb{E}(X + 3Y)$ ,  $\mathbb{E}(XY)$ ,  $V(X)$ ,  $V(Y)$ ,  $Cov(X, Y)$  y  $\rho(X, Y)$ .
2. Se seleccionan (con reemplazo) 24 personas entre los habitantes de una ciudad y se los clasifica según su grupo sanguíneo: A, B, AB y 0. De acuerdo a estudios censales se sabe que las proporciones poblacionales son, respectivamente,

A	B	AB	0
0.18	0.07	0.02	0.73

Definimos

$X_i =$  cantidad de personas en la muestra con grupo sanguíneo  $i$ .

- (a) Hallar la distribución del vector  $(X_A, X_B, X_{AB}, X_0)$ .  
 (b) ¿Cuál la distribución marginal de  $X_A$ ? ¿y la de  $X_A + X_B$ ?  
 (c) ¿Son las variables  $X_{AB}$  y  $X_0$  independientes?
3. Dos dados equilibrados se tiran independientemente. Sean  $\mathbf{N}_1$ ,  $\mathbf{M}_1$  la primera vez que se obtiene un as como resultado para el primer dado y para el segundo respectivamente. Hallar la distribución de

$$\mathbf{N} = \max\{\mathbf{N}_1, \mathbf{M}_1\} \quad \text{y} \quad \mathbf{M} = \min\{\mathbf{N}_1, \mathbf{M}_1\}$$