

1. Retomemos el problema del examen estandarizado que se les toma a los chicos argentinos de quinto grado. Supongamos que el rendimiento en dicho examen sigue una distribución normal con media μ y varianza σ^2 desconocidas.

- (a) Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para μ .
- (b) Se les hace el examen a 18 chicos, obteniéndose las siguientes calificaciones:

53 58 58 59 62 62 63 64 64 64 65 68 69 71 72 73 77 80

- i. Probar que la media muestral es 65.667 y el desvío estándar muestral es 7.02
 - ii. Hallar el intervalo de confianza observado de nivel 0.95 para μ en este caso. Comparar la longitud de este intervalo con la del intervalo que se obtendría si la varianza fuese conocida e igual a 49.
 - iii. Si suponemos que la media poblacional μ es igual a 65, determinar un intervalo de confianza para σ^2 . Hacer lo mismo sin suponer que la media μ es conocida. *Ayuda (para no hacer la cuenta): si llamo X_1, \dots, X_{18} a los datos, $\sum(X_i - 65)^2 = 846$ y $\sum(X_i - 65.667)^2 = 838$.*
 - iv. Obtener un intervalo de confianza de nivel 0.95 para σ suponiendo μ desconocido.
2. Sea X_1, \dots, X_n una muestra correspondiente a una distribución Poisson con parámetro λ desconocido. Hallar un intervalo de confianza de nivel asintótico $1 - \alpha$ para λ .
3. Sean X_1, \dots, X_n variables aleatorias i.i.d. con función de densidad

$$f(x, \theta) = \frac{\theta}{x^2} I(x \geq \theta)$$

donde θ es un parámetro desconocido mayor a 0.

- (a) Hallar $\hat{\theta}_n$ el estimador de máxima verosimilitud de θ .
- (b) Hallar la función de distribución acumulada de $T = \hat{\theta}_n/\theta$.
- (c) Hallar un intervalo de nivel exacto $1 - \alpha$ para θ y el valor esperado de su longitud.
- (d) Decidir si el estimador $\hat{\theta}_n$ es consistente. Hallar un estimador consistente para θ^2 .