

1. Se tiene un vector aleatorio (X, Y) continuo correspondiente a elegir un punto uniformemente en el triángulo de vértices $(0,0)$, $(0,1)$ y $(1,0)$.
 - (a) Hallar f_X , f_Y , $E(X)$, $E(Y)$, $V(X)$ y $V(Y)$.
 - (b) Hallar $cov(X, Y)$.
 - (c) Hallar $\rho(X, Y)$. Si a y b son constantes y $a \neq 0$, hallar el valor de $\rho(aX + b, Y)$.

2. Consideremos el problema de la pájara que pone huevos. La cantidad de huevos que pone es una variable aleatoria discreta X tal que $p_X(0) = 0.3$, $p_X(1) = 0.5$ y $p_X(2) = 0.2$. La probabilidad de que un huevo se desarrolle es $p = 0.6$. Sea Y la variable aleatoria que indica la cantidad de huevos desarrollados que puso la pájara.
 - (a) Hallar $V(X)$ y $V(Y)$.
 - (b) Hallar $cov(X, Y)$ y $\rho(X, Y)$.
 - (c) Sea Z la variable aleatoria que indica la cantidad de huevos no desarrollados que puso la pájara. Hallar $cov(X, Z)$ y $cov(Y, Z)$.

3. (a) Si X_1, \dots, X_n son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con $E[X_1] = \mu$ y $V(X_1) = \sigma^2$. Llamamos $\bar{X}_n = (1/n) \sum_{i=1}^n X_i$. Hallar $E[\bar{X}_n]$ y $V(\bar{X}_n)$. Hallar la distribución de \bar{X}_n si suponemos además que $X_1 \sim N(\mu, \sigma^2)$.
 - (b) Se quiere evaluar el rendimiento de los chicos argentinos de quinto grado en matemática. Para esto, se prepara un único examen que lleva una calificación entre 0 y 100. Supongamos que el rendimiento de un alumno en dicho examen es una variable aleatoria X con varianza 40 y media μ desconocida. Como tomarles el examen a todos los chicos argentinos en quinto grado es muy caro, se decide tomarles el examen solamente a una muestra de 20 chicos tomados al azar de todo el país. Hacer esto implica en particular que no va a poder conocerse exactamente el valor de μ .
 - i. Acotar la probabilidad de que el promedio de las calificaciones de los 20 chicos muestrados diste de su valor esperado en más de q unidades. Hacerlo con $q = 1$, $q = 2$ y $q = 10$.
 - ii. Cuántos chicos deberían haber rendido el examen si queremos que la probabilidad de que el promedio diste de su valor esperado en más de 2 unidades sea a lo sumo 0.05?
 - iii. Se les toma el examen a 300 chicos. El promedio de sus calificaciones resultó ser 62. Qué se puede inferir sobre μ teniendo en cuenta el item anterior?
 - iv. Repetir los (i) y (ii) suponiendo ahora que $X \sim N(\mu, 40)$.