

Nombre y apellido..... Número de libreta.....

Por favor, al finalizar el examen señale claramente aquí qué ejercicios entrega

Entrego ejercicios 1 2 3 4

(Reservado para el corrector):

1	2	3	4	Nota

Por favor, resuelva cada ejercicio en hojas separadas. Numere todas las hojas y coloque en cada una su nombre y apellido. Para aprobar es necesario tener al menos 60 puntos. Justifique todas sus respuestas.

1. (25 puntos) Un grupo de colegas ha decidido llevar a cabo el siguiente experimento: se arroja un dado cargado de 6 caras, en donde la probabilidad de obtener un 1 es el doble de la de cualquier otro número del dado. En caso de salir un número par, se extraen dos bolillas sin reposición de una urna que tiene 8 bolitas rojas y 5 azules. En caso contrario, se extraen dos bolitas con reposición de la misma urna.
 - (a) (9 puntos) Calcular la probabilidad de obtener una bolita roja en la segunda extracción.
 - (b) (8 puntos) Sabiendo que la primer bolita obtenida es roja, calcular la probabilidad de que la segunda bolita sea también roja.
 - (c) (8 puntos) Son independientes los eventos A =“el dado salió par” y B =“la segunda bolita es roja”?

2. (25 puntos) Una fábrica de piezas de uso regular en productos de línea blanca, situada en un partido del primer cordón del conurbano bonaerense, cuenta con 10 operarios, cada uno de los cuales recibe una cierta cantidad de piezas que deben ajustar. Los estudios llevados a cabo por el personal de control de calidad de la planta han determinado que la cantidad de piezas que recibe un operario sigue un proceso de Poisson con tasa 1 pieza por hora. La jornada laboral de un operario es de 8 horas, y hay independencia entre la cantidad de piezas que recibe cada empleado.
 - (a) (7 puntos) Calcule la probabilidad de que en las 8 horas de un empleado hayan al menos 2 horas en las cuales no haya recibido ninguna pieza.
 - (b) (7 puntos) El empresario se comprometió a pagar un bono de 50\$ a cada empleado que haya tenido que procesar 12 o más piezas en una jornada diaria, junto con los 100\$ que le toca como parte de su sueldo. Calcule el valor esperado de costos que habrá de incurrir el empresario conjuntamente por sueldo básico y bono, entre todos los empleados.
 - (c) (5 puntos) Calcule la probabilidad de que dicha erogación supere los 1100\$, entre todos los empleados.
 - (d) (6 puntos) Un empleado está considerando seriamente renunciar a su trabajo, lo hará en la tercera jornada en que no cobre el bono. Calcule la probabilidad de que no renuncie antes de que termine el mes laboral, consistente en 20 días hábiles.

3. (25 puntos) El Mercado de Vinos y Derivados de la ciudad de Lisboa trabaja fundamentalmente con dos clases de oporto. La primer clase se corresponde con botellas provenientes de la región de Coimbra, cuya graduación alcohólica sigue una distribución normal con media 20 y desvío estándar σ desconocido, aunque se sabe que el 10% de las botellas que se han producido históricamente de esa clase tiene una graduación mayor a 24. La segunda clase de botellas provienen de la región vitícola del Alto Duero. Su graduación alcohólica es una variable aleatoria continua con la siguiente densidad:

$$f_Y(y) = k(1 + y)I_{(18,26)}(y), \quad k > 0$$

- (a) (5 puntos) Determine todos los parámetros desconocidos (k y σ).
- (b) (5 puntos) Dentro del las botellas provenientes de la región del Alto Duero, determine la graduación alcohólica que supera al 75% del resto de las botellas que se producen en esa misma región.
- (c) (5 puntos) El Mercado de Vinos y Derivados de la ciudad de Lisboa ha determinado que el precio de una botella de oporto proveniente de la región del Alto Duero debería costar 10 euros más una bonificación que depende cuadráticamente del contenido etílico de la botella. Más específicamente, el precio de la botella en euros será $W = 10 + Y^2/5$, donde Y es la graduación alcohólica de una botella de la región del Alto Duero. Obtenga f_W .
- (d) (10 puntos) Se tiene una bodega con 50 botellas de oporto, de las cuales 30 son de la región de Coimbra, 10 son de la región del Alto Duero y las 10 restantes son de agua (es decir, con graduación alcohólica igual a 0). Se escoge una botella al azar y se la somete a un análisis de laboratorio, determinándose que su graduación alcohólica es mayor a 23, calcule la probabilidad de que la botella provenga de la región de Coimbra.
4. (25 puntos) Considere (X, Y) el vector aleatorio con la siguiente función de densidad:

$$f_{XY}(x, y) = k|x|y I_{(-1,1)}(x)I_{(x^2,1)}(y)$$

- (a) (5 puntos) Graficar el soporte de (X, Y) .
- (b) (5 puntos) Determinar el valor de k para que efectivamente sea una densidad.
- (c) (5 puntos) Obtener f_X .
- (d) (10 puntos) Calcular $P(Y < |X| \mid X = 1/4)$ y $P(Y < |X| \mid -1/2 < X < 1/2)$.