

1. Un comerciante vende ejes en cajones de 250 unidades, de las cuales 50 son producidas por una máquina y tienen longitud X , y el resto son producidas por otra máquina y tienen longitud Y . Si X e Y son variables aleatorias continuas con funciones de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 2(x-1) & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$f_Y(x) = \begin{cases} e^{-(x-1)} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Hallar la función de densidad de la variable aleatoria $Z =$ longitud de un eje elegido al azar de la caja.
- b) Hallar $E(Z)$.
2. Si $X \sim \mathcal{U}[-2, 2]$, hallar la densidad de $Z = X^2$.
3. El tiempo en horas que tarda un alumno en resolver un problema de probabilidades es una variable aleatoria exponencial con parámetro $\lambda = 8$. Si el ejercicio le insumió un tiempo X , el tiempo en horas que este alumno necesita descansar para recuperarse es $Y = e^{2X} - 1$.
- a) Probar que $E(Y) = \frac{1}{3}$ y $V(Y) = \frac{2}{9}$. Compararlos con $E(X)$ y $E(Y)$.
- b) Calcular la probabilidad de que un alumno demore más de 10 minutos para resolver un ejercicio.
- c) Calcular la probabilidad de que un alumno demore más de 10 minutos para recuperarse de la resolución del ejercicio.
- d) Calcular la probabilidad de que un alumno necesite más de $e - \frac{1}{2}$ horas (aproximadamente 2 hora y 12 minutos) para resolver un ejercicio y recuperarse de este trabajo.
- e) Hallar la densidad f_Y .
4. A partir de una variable aleatoria $X \sim \mathcal{U}[0, 1]$, genere una variable aleatoria Z discreta con $R_Z = \{1, 2, \dots, n\}$ y $\mathbb{P}(\{Z = i\}) = a_i$, donde $\sum_{i=1}^n a_i = 1$