

## Práctica 5

**Ejercicio 1:** Encuentre la distribución exacta del estadístico de Kruskal-Wallis bajo  $H_0$  cuando los tamaños de muestra son  $n_1 = 3$ ,  $n_2 = 2$  y  $n_3 = 1$  y suponiendo que no hay empates. Compare los resultados con los de la Tabla A8 de Conover.

**Ejercicio 2:** Sea  $F$  el estadístico utilizado en el análisis de la varianza de un factor clásico,

$$F = \frac{\left( \sum_{i=1}^k \frac{X_{i.}^2}{n_i} - \frac{X_{..}^2}{N} \right) / (k-1)}{\left( \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}^2 - \sum_{i=1}^k \frac{X_{i.}^2}{n_i} \right) / (N-k)}$$

siendo  $k$  el número de muestras,  $n_i$  el número de observaciones en la  $i$ -ésima muestra,  $X_{ij}$  la  $j$ -ésima observación de la  $i$ -ésima muestra,  $X_{i.}$  la suma de las observaciones en la  $i$ -ésima muestra,  $X_{..}$  la suma total de todas las observaciones y  $N$  el número total de observaciones.

Pruebe que si  $F$  se calcula sobre los rangos  $R(X_{ij})$  en lugar de sobre las observaciones  $X_{ij}$ , vale la siguiente relación

$$F = \frac{T / (k-1)}{(N-1-T) / (N-k)}$$

donde

$$T = \frac{1}{s^2} \left( \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - \frac{N(N+1)^2}{4} \right)$$

$$y \quad s^2 = \frac{1}{N-1} \left( \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} [R(X_{ij})]^2 - N \frac{(N+1)^2}{4} \right)$$

**Ejercicio 3:** Muestras aleatorias de tres tipos de lamparitas fueron testeadas para analizar su duración (en horas) y se obtuvieron los siguientes resultados.

A	B	C
73	84	82
64	80	79
67	81	71
62	77	75
70		

¿Indican estos resultados diferencias entre las tres marcas? Si es así, ¿cuáles parecen diferir?.

**Ejercicio 4:** Cuatro programas de entrenamiento fueron probados en 20 nuevos empleados, asignando 5 empleados elegidos al azar a cada programa. Los 20 empleados fueron luego supervisados por la misma persona quién, luego de un período especificado, asignó rangos a los empleados de acuerdo a su habilidad para el trabajo, en forma creciente (es decir que los empleados con menor habilidad recibieron los rangos menores).

Programa de entrenamiento	Rangos
1	4,6,7,2,10
2	1,8,12,3,11
3	20,19,16,14,5
4	18,15,17,13,9

¿Indican estos datos que hay diferencias entre los distintos programas de entrenamiento?. Si así es, ¿cuáles parecen ser diferentes?.

**Ejercicio 5:** Tres tipos diferentes de radios: A, B y C, fabricadas por la misma compañía, tienen un año de garantía. Se llevó un registro sobre el número de radios que debieron ser reemplazadas, reparadas o no hicieron uso de la garantía.

	Tipo		
	A	B	C
<b>Reemplazada</b>	12	3	6
<b>Reparada</b>	10	8	7
<b>No usó la garantía</b>	82	96	58

¿Indican estos datos que hay diferencias en la calidad de los tres tipos de radios?. Si es así, ¿cuáles parecen diferir?.

**Ejercicio 6:** Se llevó a cabo un relevamiento en 7 hospitales de una ciudad para registrar el número de bebés nacidos en un período de 12 meses. Este período fue dividido en cuatro estaciones para testear la hipótesis de que los nacimientos son constantes en las cuatro estaciones. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Hospital	Nacimientos			
	Invierno	Primavera	Verano	Otoño
<b>A</b>	92	112	94	77
<b>B</b>	9	11	10	12
<b>C</b>	98	109	92	81
<b>D</b>	19	26	19	18
<b>E</b>	21	22	23	24
<b>F</b>	58	71	51	62
<b>G</b>	42	49	44	41

- Analice los datos utilizando el test de Quade.
- Analice los datos utilizando el test de Friedman.
- ¿A qué puede deberse la discrepancia entre los resultados obtenidos con ambos tests?.

**Ejercicio 7:** Doce estudiantes elegidos al azar fueron empleados en un experimento sobre aprendizaje. El experimentador elaboró 4 listas de palabras. Cada lista contenía 20 pares de palabras, pero en cada lista se utilizó un diferente método de apareo. A cada estudiante se le entregó una lista, se le permitió estudiarla durante 5 minutos y posteriormente se evaluó su habilidad para recordar las palabras. El procedimiento se repitió con las 4 listas para cada estudiante, rotando el orden en que las listas les eran entregadas. Los scores obtenidos son los siguientes (20 equivale a perfecto).

Lista	Estudiante											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	18	7	13	15	12	11	15	10	14	9	8	10
2	14	6	14	10	11	9	16	8	12	9	6	11
3	16	5	16	12	12	9	10	11	13	9	9	13
4	20	10	17	14	18	16	14	16	15	10	14	16

¿Hay listas más fáciles de aprender que otras?

- Use el test de Quade.
- Use el test de Friedman.

**Ejercicio 8:** Se prueban 7 tipos de neumáticos para comparar su durabilidad. Se considera que la mejor manera de probarlos es bajo condiciones normales de manejo y en el mismo vehículo, pero obviamente sólo 4 neumáticos pueden ser comparados a la vez. Por esa razón se utiliza un diseño en bloques incompletos balanceado. A cada uno de los 7 conductores se le entregan 4 neumáticos que son colocados en el auto en una forma aleatoria y son rotados regularmente durante la experiencia. Los neumáticos son reemplazados cuando es necesario y se asignan rangos de acuerdo al orden de reemplazo.

Conductor	Neumático						
	1	2	3	4	5	6	7
1			3		1	4	2
2	1			3		4	2
3	2	1			3		4
4	1	2	4			3	
5		1	4	3			2
6	2		4	1	3		
7		1		2	3	4	

¿Indican los resultados una diferencia significativa en cuanto a la durabilidad? Si la hay, use el procedimiento de comparaciones múltiples para determinar qué tipos son mejores que otros.

**Ejercicio 9:** Se diseña un experimento para determinar cuáles de 5 aromas son más atractivos para los coyotes, con el propósito de realizar un control de predación. El investigador ha observado que la presencia de más de tres aromas al mismo tiempo tienden a confundir a los coyotes y por lo tanto a producir resultados inconsistentes. Por lo tanto se colocan 3 aromas a la vez en áreas separadas de un gran terreno. Se libera un coyote por vez y se registra el tiempo en segundos que pasa junto a cada aroma. Los aromas se rotan de acuerdo a un diseño en bloques incompleto balanceado, con los siguientes resultados:

Coyote	Aroma				
	1	2	3	4	5
1	12	23		14	
2		17	2		2
3	16		1	6	
4		42		10	0
5	8		6		1
6	22	31			0
7	28	16	4		
8	15			7	4
9		67	5	18	
10			6	16	1

¿Es éste un diseño en bloques incompleto balanceado?. ¿Hay diferencias significativas entre los aromas?. Si las hay, ¿cuáles son mejores?.

**Ejercicio 10:** Un banco de sangre conserva un registro del número de pulsaciones por minuto de varios donantes.

Hombres	Mujeres
58	66
76	74
82	69
74	76
79	72
65	73
74	75
86	67
	68

¿Es la variabilidad del número de pulsaciones entre los hombres significativamente mayor que entre las mujeres?.

**Ejercicio 11:** En los últimos años en cierta cuenca se realizaron muchas construcciones, tales como diques, viviendas, etc. Se compara una muestra aleatoria de caudales del río (en pies cúbicos por segundo) con una muestra aleatoria de caudales registrados antes de iniciarse las construcciones, con el propósito de estudiar si hubo cambios en la variabilidad.

Caudales actuales	Caudales pasados
32	39
36	21
41	58
27	46
35	30
48	22
31	17
28	19

¿Hay diferencia significativa entre las varianzas?

**Ejercicio 12:** Se compararon 3 métodos de enseñanza asignando al azar alumnos de quinto grado a tres diferentes clases. Se evaluó el nivel de los alumnos mediante un examen estandarizado al comienzo y al final del año escolar y se registró la diferencia entre ambos niveles. Los valores de tales diferencias para todos los alumnos se presentan en la siguiente tabla:

Clase estructurada	Estudio individual	Clase abierta
0.7	1.7	0.9
1.0	2.1	0.9
2.0	-0.4	1.0
1.4	0.0	0.0
0.5	1.0	0.1
0.8	1.1	-0.6
1.0	0.9	2.2
1.1	2.3	-0.3
1.9	1.3	0.6
1.2	0.4	2.4
1.5	0.5	2.5

¿Hay diferencia en las varianzas de los tres métodos?. Si es así, ¿qué métodos parecen diferir en variabilidad?.