

Matemática IV - 2° cuatrimestre 2014
SEGUNDO RECUPERATORIO DEL SEGUNDO PARCIAL

Nombre:

L. U.:

Turno:

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Nota

1. Sea γ el círculo $|z| = 1/4$ recorrido en sentido antihorario. Calcular

$$\oint_{\gamma} \frac{\tan(1/z)z}{z^2 + 1} dz.$$

2. Sea f la función 2π -periódica definida por $f(x) = x \sin(x)$ en $(-\pi, \pi]$.

- (a) Calcular su serie exponencial de Fourier.
(b) ¿Para qué valores $x \in (-\pi, \pi]$ la serie converge a $f(x)$?
(c) Calcular las sumas $\sum_{n \geq 2} \frac{1}{n^2 - 1}$ y $\sum_{n \geq 2} \frac{1}{(n^2 - 1)^2}$.
(d) ¿Es posible obtener la serie de Fourier de f' a partir de la derivada de los términos de la serie obtenida en a)? .

3. Resolver

$$\begin{cases} u_{xx}(x, t) = u_t(x, t) + 2u(x, t), & (x, t) \in (0, \pi) \times (0, +\infty) \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = x, & x \in (0, \pi). \end{cases}$$

4. Hallar $y(t) : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $y(0) = 1$ y

$$\frac{dy}{dt} - 4y(t) + 3 \int_0^t y(t) dx = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 2 - t & \text{si } 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS