Estadística Descriptiva
o
Análisis Exploratorio de Datos

Estadística descriptiva

•Nos ayudan a organizar la información que nos dan los datos de manera de detectar algún patrón de comportamiento, así como también apartamientos importantes al modelo subyacente.

•Nos presentan los datos de modo tal que sobresalga su estructura.

•Explorar los datos, debe ser la primera etapa de todo análisis de datos.

Apuntes: Notas de Liliana Orellana

Clases de Ana Bianco-Daniela Rodríguez

Hay varias formas de organizar los datos:

- **Métodos gráficos**: permiten detectar tanto las características sobresalientes que representan el patrón de comportamiento de los datos como las características inesperadas.

- **Medidas resumen**: resumirlos en uno o dos números que pretenden caracterizar el conjunto con la menor distorsión o perdida de información posible.

POBLACIÓN: total de sujetos o unidades de análisis de interés en el estudio

(Ej.: Todos los niños sanos con edad entre 0 y 5 años.)

MUESTRA: cualquier subconjunto de los sujetos o unidades de análisis de la población, en el cual se recolectarán los datos.

Usamos una muestra para conocer o estimar características de la población, denominamos:

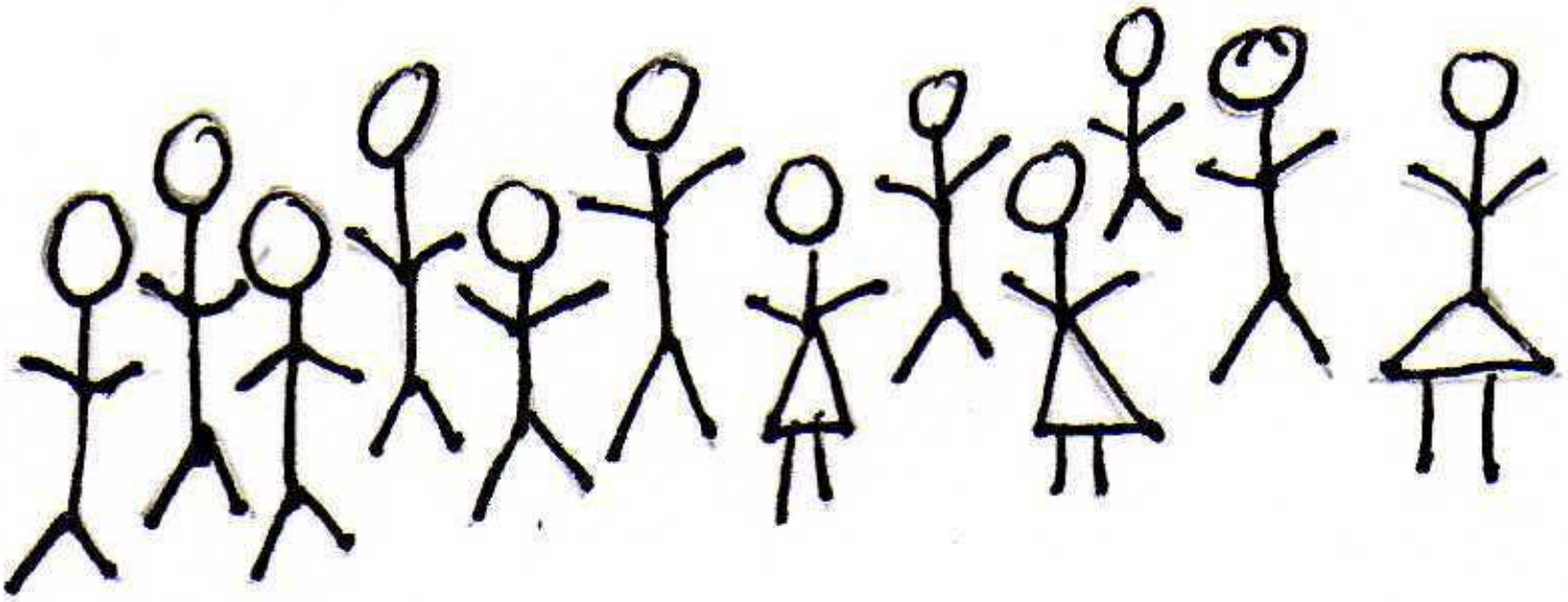
PARÁMETRO: una medida resumen calculada sobre la población.

ESTADÍSTICO : una medida resumen calculada sobre la muestra.

Cuando existen datos para toda la población (**CENSO**), en principio, no habría necesidad de usar métodos estadísticos, ya que sería posible calcular exactamente los parámetros de interés.

Ejemplo: en el censo poblacional, se registra el sexo de todas las personas censadas, que son prácticamente toda la población, así que es posible conocer exactamente la proporción de habitantes de los dos sexos.

Estamos interesados en estudiar un fenómeno de una población



CENSO

~~CENSO~~

Limitaciones

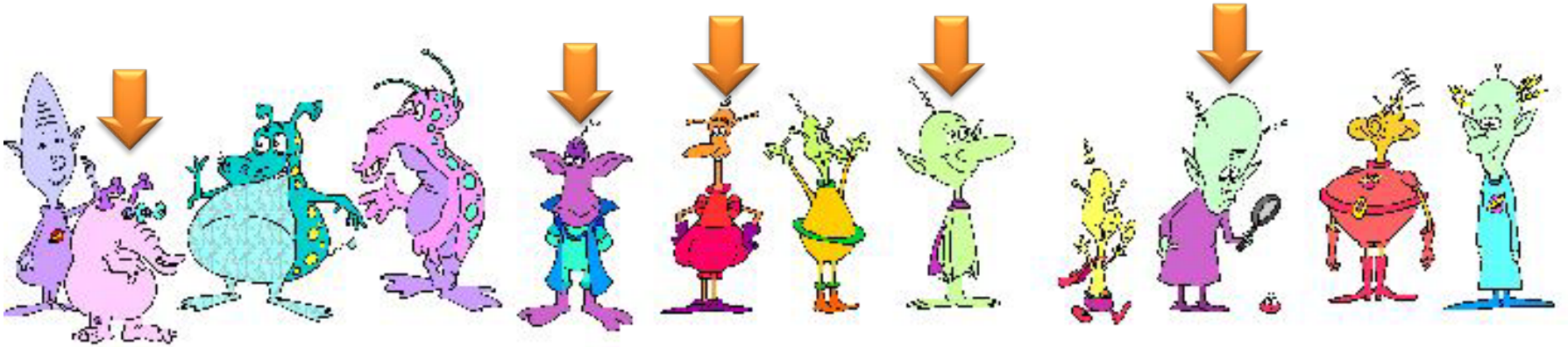
Imposibilidad

Población

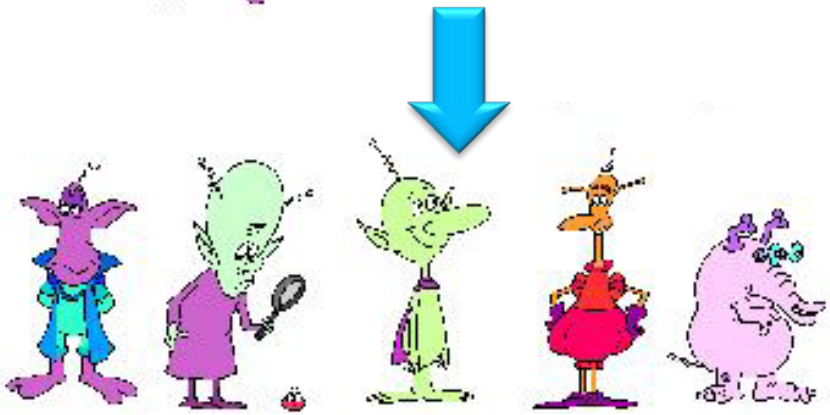
Población

Población

Población



Población



Muestra

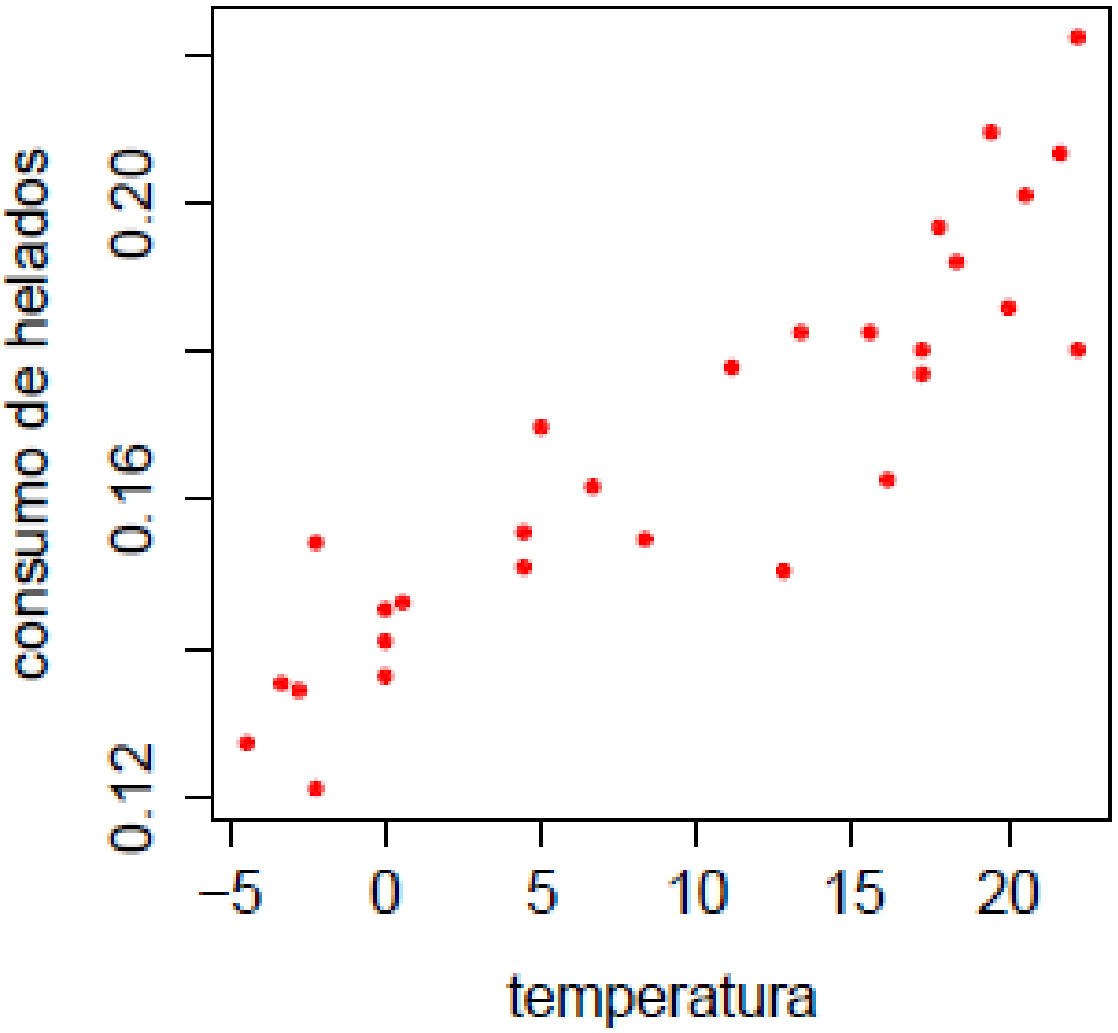
VARIABLE: Una variable es una característica que varía de individuo en individuo.

(edad, peso, altura, género, concentración de colesterol en sangre, club de fútbol preferido etc.)

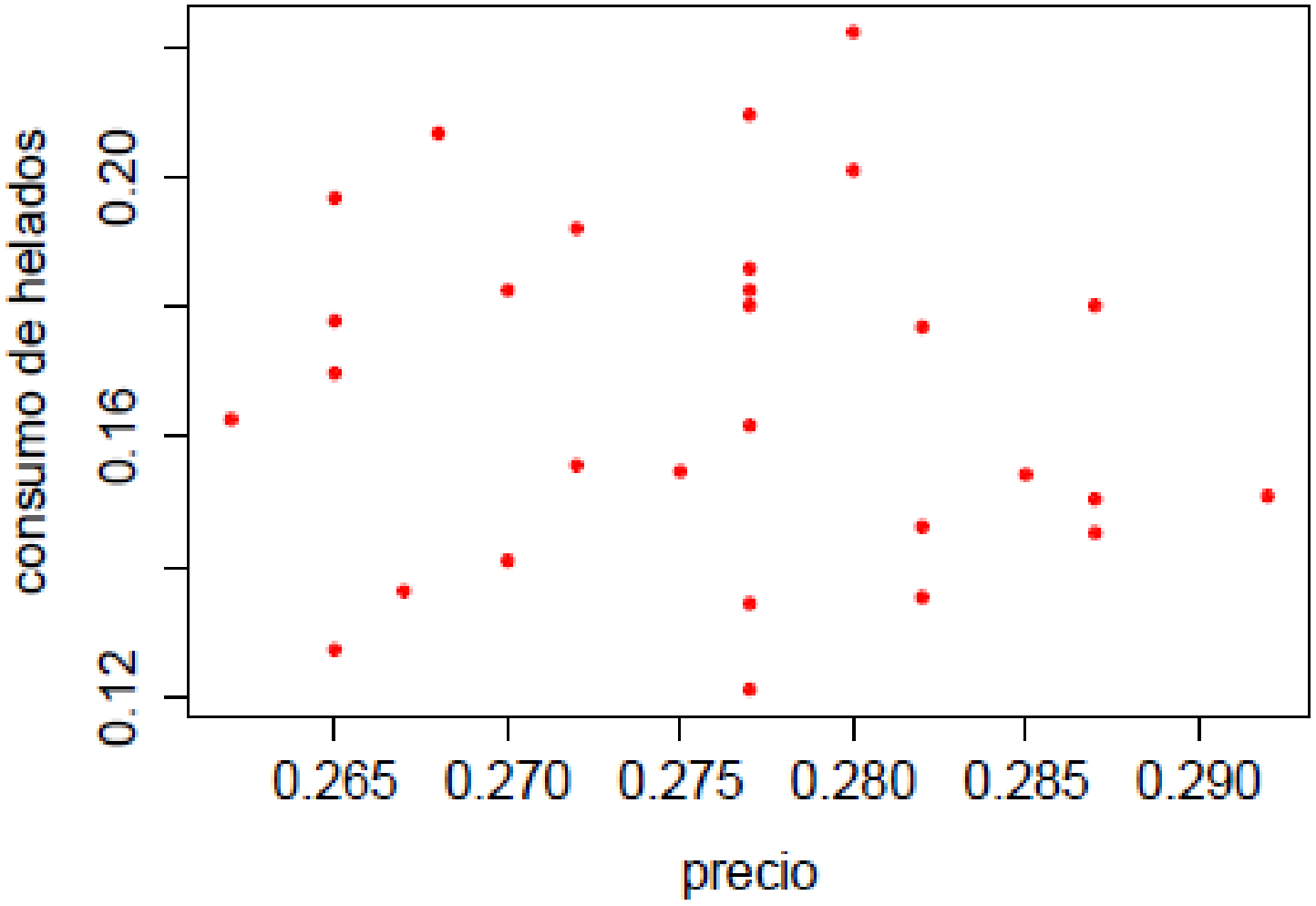
DATOS: son los valores de la variable en estudio.

Los datos disponibles se obtienen a partir de una muestra de la población de interés, como los valores observados de la o las variables de interés.

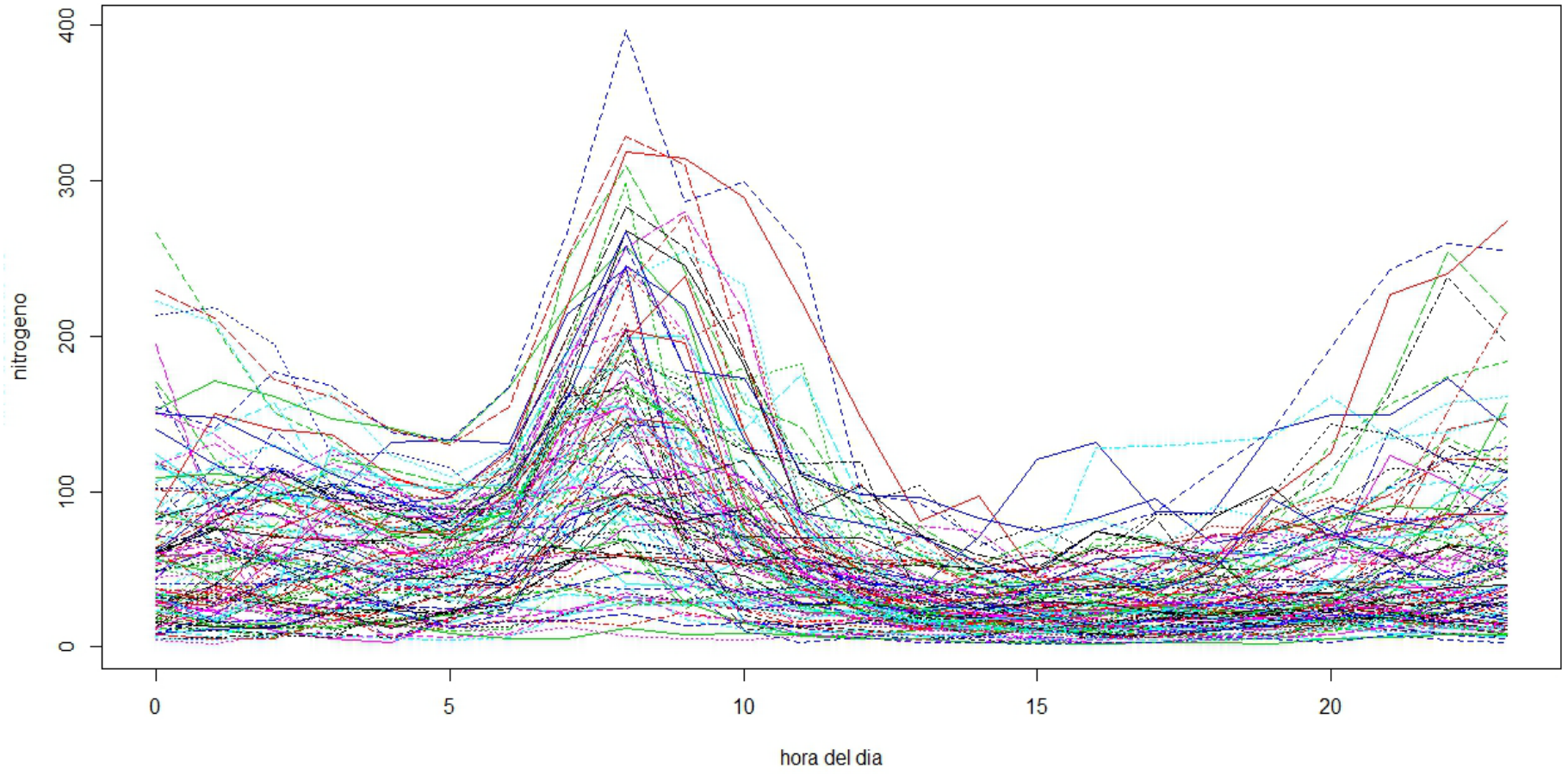
Consumo mensual de helado entre marzo de 1951 y julio de 1953



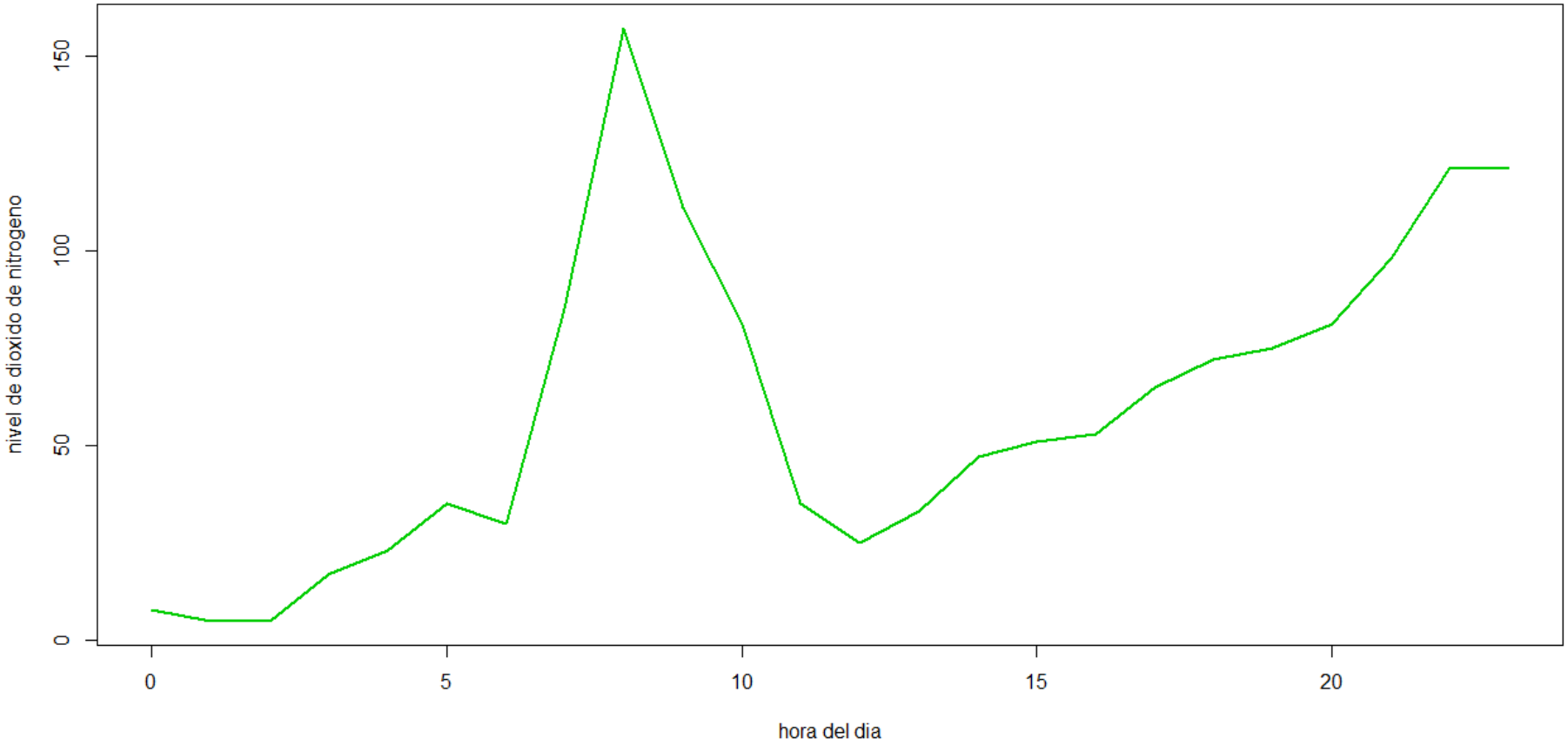
Consumo mensual de helado entre marzo de 1951 y julio de 1953



115 Curvas del nivel de dióxido de nitrógeno en Barcelona a lo largo del día durante el 2005



115 Curvas del nivel de dióxido de nitrógeno en Barcelona a lo largo del día durante el 2005



- Los datos guardan información, pero será necesario analizarlos o procesarlos para obtener respuestas a algunas preguntas y llegar a conclusiones.

Métodos Gráficos

REPRESENTACIÓN DE DATOS NUMERICOS

Trataremos de responder a preguntas tales como:

¿Son los valores medidos casi todos iguales?

¿Son muy diferentes unos de otros?

¿En qué sentido difieren?

¿Cómo podemos describir cualquier patrón o tendencia?

¿Son un único grupo? ¿Hay varios grupos?

¿Difieren algunos pocos datos notablemente del resto?

TIPOS DE DATOS:

Categóricos:

- **dicotómicos**: (dos categorías) (sexo, genero, fuma o no fuma)
- mas categorías:
  - **nominales**: No existe orden obvio entre las categorías.
    (país de origen, estado civil, diagnóstico.)
  - **ordinales**: Existe un orden natural entre las categorías.
    (Tabaquismo: No fuma / ex-fumador / fuma ≤ 10 cigarrillos diarios / fuma > 10 cigarrillos diarios)
    (Severidad de la patología: Ausente/leve/moderado/severo)

TIPOS DE DATOS:

Numéricos: el resultado de la observación o medición es un número

Discretos: La variable sólo puede tomar un cierto conjunto de valores posibles. En general, aparecen por conteo.

(número de miembros del hogar, número de intervenciones quirúrgicas, número de casos notificados de una cierta patología.)

Continuos: Generalmente son el resultado de una medición que se expresa en unidades. Las mediciones pueden tomar teóricamente un conjunto infinito de valores posibles dentro de un rango. En la práctica los valores posibles de la variable están limitados por la precisión del método de medición o por el modo de registro.

(altura, peso, pH, nivel de colesterol en sangre.)

El tipo de dato nos permite decidir qué análisis estadístico utilizar.

Ejemplo: Edad es continua, pero si se la registra en años resulta ser discreta. En estudios con adultos, en que la edad va de 20 a 70 años, por ejemplo, no hay problemas en tratarla como continua, ya que el número de valores posibles es muy grande. Pero en el caso de niños en edad preescolar, si la edad se registra en años debe tratarse como discreta, en tanto que si se la registra en meses puede tratarse como continua.

Los datos numéricos (discretos o continuos) pueden ser transformados en categóricos y ser tratados como tales.

Aunque esto es correcto no necesariamente es eficiente y *siempre es* preferible registrar el valor numérico de la medición.

¿Por qué es importante identificar el tipo de datos?

Porque el tipo de datos DETERMINA el método de análisis apropiado y válido y cada método de análisis estadístico es específico para un cierto tipo de datos.

La distinción más importante es entre datos numéricos y categóricos.

Métodos Gráficos:

REPRESENTACIÓN DE DATOS CATEGÓRICOS

TABLA DE FRECUENCIA

El modo más simple de presentar datos categóricos es por medio de una tabla de frecuencias que indica el número observaciones que caen en cada una de las clases de la variable.

GRÁFICO DE BARRAS

A cada categoría o clase de la variable se le asocia una barra cuya *altura representa la frecuencia* o *la frecuencia relativa* de esa clase. Las barras difieren sólo en altura, no en ancho.

GRÁFICO DE TORTAS

Se representa la frecuencia relativa de cada categoría como una porción de un círculo, en la que el ángulo se corresponde con la frecuencia relativa correspondiente.

GRÁFICO DE BARRAS

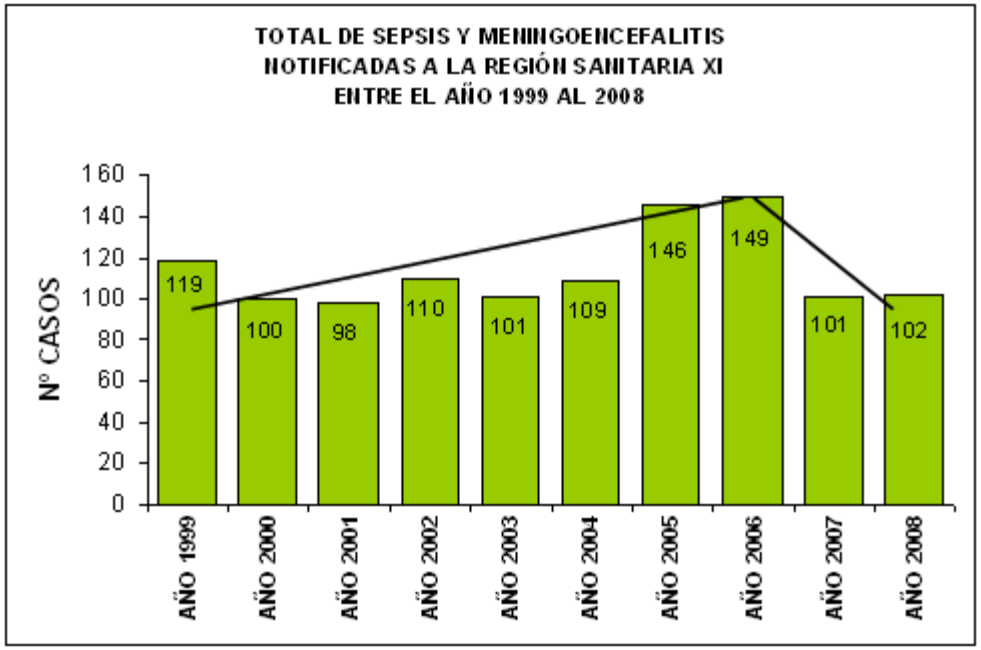
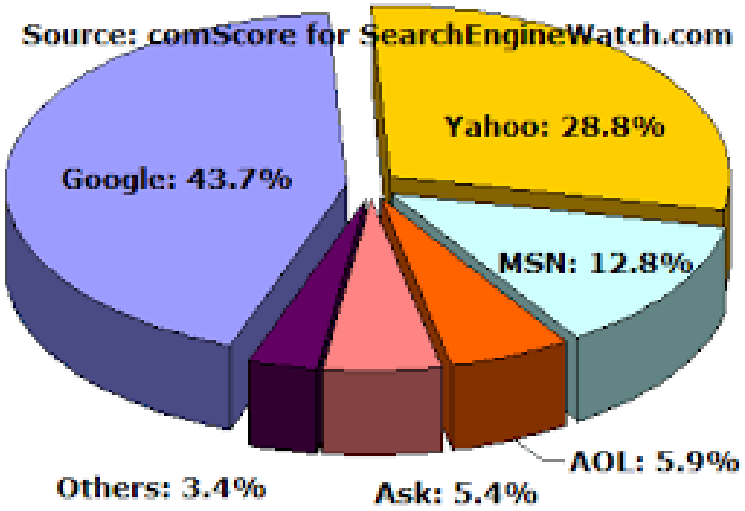


GRÁFICO DE TORTAS



Métodos Gráficos

REPRESENTACIÓN DE DATOS NUMERICOS

HISTOGRAMAS

El histograma es el más conocido de los gráficos para resumir un conjunto de datos Numéricos.

Una alternativa es del gráfico de tallo-hojas. Una virtud de este gráfico es que retiene los valores de las observaciones, sin embargo, esta característica puede ser una desventaja para gran cantidad de datos.

Construir manualmente un histograma es más laborioso que construir un gráfico de tallo-hojas, pero la mayoría de los paquetes estadísticos producen histogramas.

Para construir un histograma es necesario previamente construir una *tabla de frecuencias.*

Métodos Gráficos

REPRESENTACIÓN DE DATOS NUMERICOS

HISTOGRAMAS

Dividimos el rango de los **n datos en intervalos o clases, que no se** superponen. Las clases deben ser **excluyentes y exhaustivas.**

Contamos la cantidad de datos en cada intervalo o clase, es decir la **frecuencia.**

También podemos usar para cada intervalo la **frecuencia relativa**

$$fr_i = \frac{f_i}{n}$$

Graficamos el histograma en un par de ejes coordenados representando en las abscisas los intervalos y sobre cada uno de ellos un rectángulo cuya área es proporcional a la frecuencia relativa de dicho intervalo.

HISTOGRAMAS

Ejemplo: Porcentajes de octanos para mezclas de naftas.

85.3	87.5	87.8	88.5	89.9	90.4	91.8	92.7
86.7	87.8	88.2	88.6	90.3	91.0	91.8	93.2
88.3	88.3	89.0	89.2	90.4	91.0	92.3	93.3
89.9	90.1	90.1	90.8	90.9	91.1	92.7	93.4
91.2	91.5	92.6	92.7	93.3	94.2	94.7	94.2
95.6	96.1						

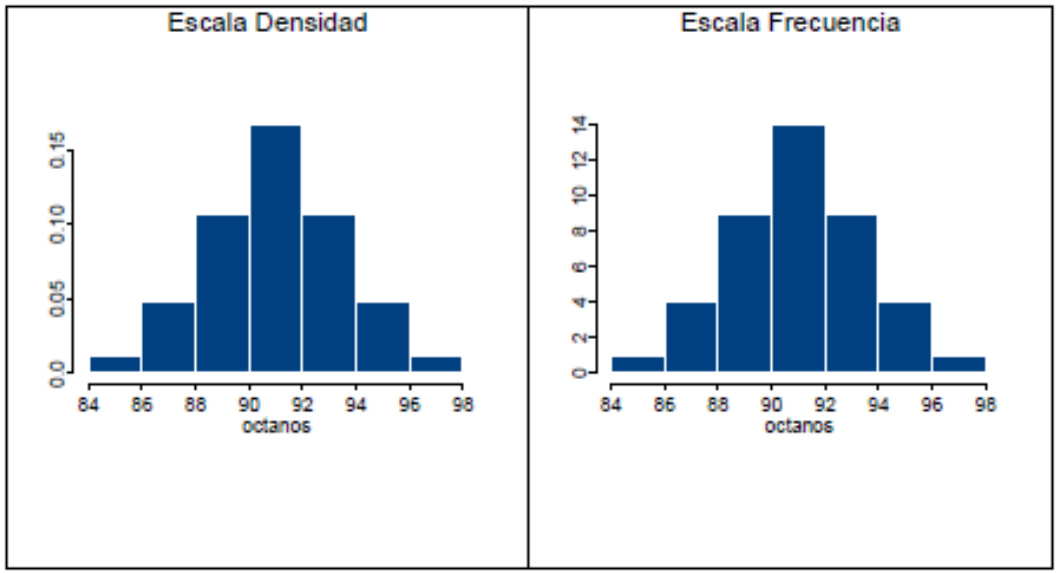
Clase	Frecuencia f_i	Frecuencia relativa fr_i
[84, 86]	1	0.02380952
(86, 88]	4	0.09523810
(88, 90]	9	0.21428571
(90,92]	14	0.33333333
(92,94]	9	0.21428571
(94,96]	4	0.09523810
(96,98]	1	0.02380952
Total	**42**	**1**

HISTOGRAMAS

Los comandos son

hist(octanos.per,freq=T)
hist(octanos.per,freq=F) (para graficar escala densidad)

Histogramas para datos de OCTANOS



HISTOGRAMAS : algunas observaciones

No es necesario que todos los intervalos tengan la misma longitud, pero es recomendable que así sea. Esto facilita la lectura.

El histograma representa la frecuencia o la frecuencia relativa a través del **área y no a** través de la altura.

Es recomendable tomar

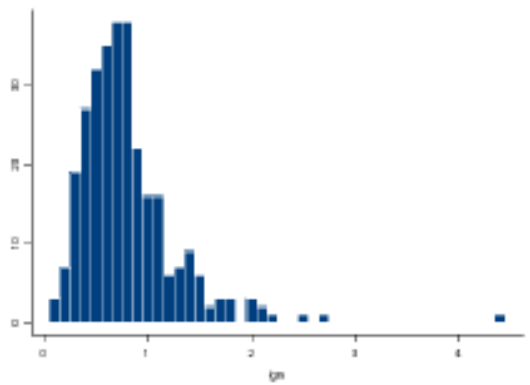
$$\textbf{Altura del rectángulo} = \frac{\textbf{frecuencia relativa}}{\textbf{Long. del intervalo}}$$

De esta manera el área es 1 y dos histogramas son fácilmente comparables independientemente de la cantidad de observaciones en las que se basa cada uno.

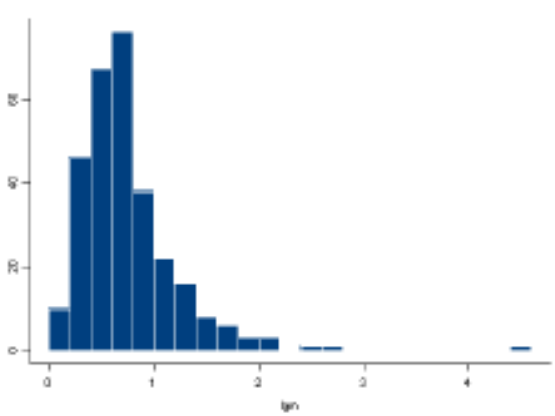
HISTOGRAMAS

Ejemplo: Concentración de Inmunoglobulina

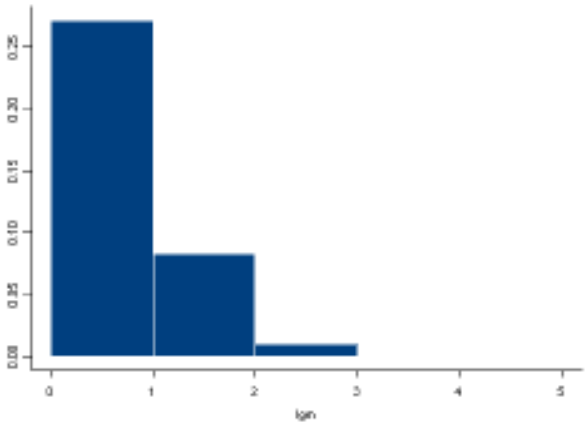
En este ejemplo vemos cómo la elección del ancho de las clases afecta el gráfico.



Longitud de Clase= 0.1 g/l



Longitud de Clase= 0.2 g/l



Longitud de Clase=1g/l

HISTOGRAMAS

No existen criterios óptimos para elegir la cantidad de intervalos. En general, entre 8 y 15 intervalos deberían ser suficientes. Muchos o muy pocos intervalos puede ser poco informativo.

Se busca un equilibrio entre un histograma muy irregular y uno demasiado suavizado.

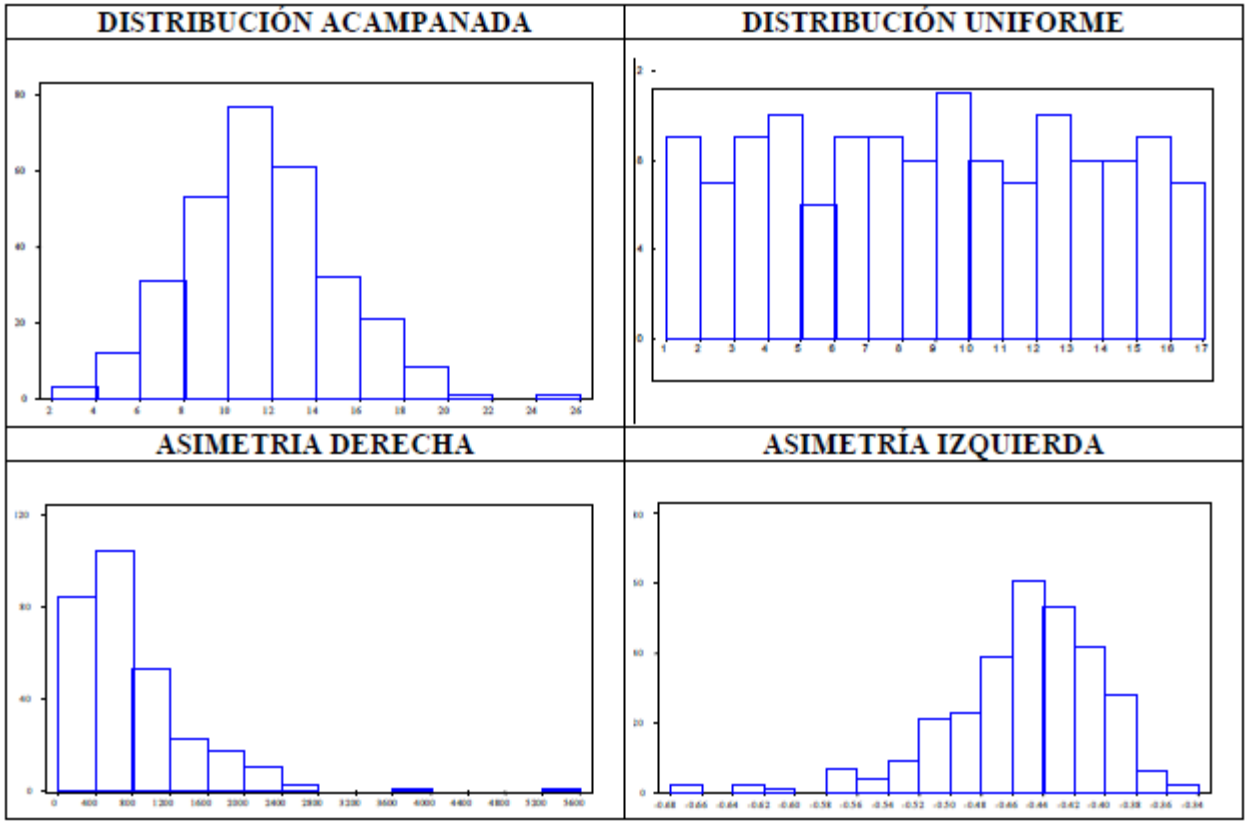
HISTOGRAMAS

¿Qué podemos ver en un histograma?

Rango de variación de los datos (Mínimo – Máximo)

Intervalos más frecuentes

Simetría o Asimetría



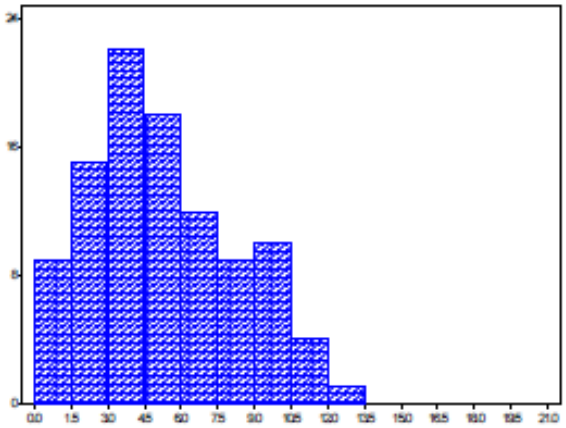
HISTOGRAMAS

¿En que difieren un gráfico de barras y un histograma?

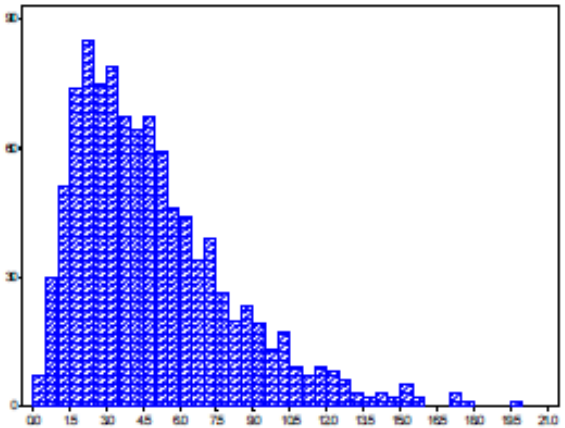
-El gráfico de barras representa el porcentaje en la altura de la barra. Mientras que en un histograma el porcentaje se representa en el área de la barra.

- En el gráfico de barras, las barras se representan separadas para indicar que no hay continuidad entre las categorías. En un histograma barras adyacentes *deben estar en* contacto indicando que la variable es continua.

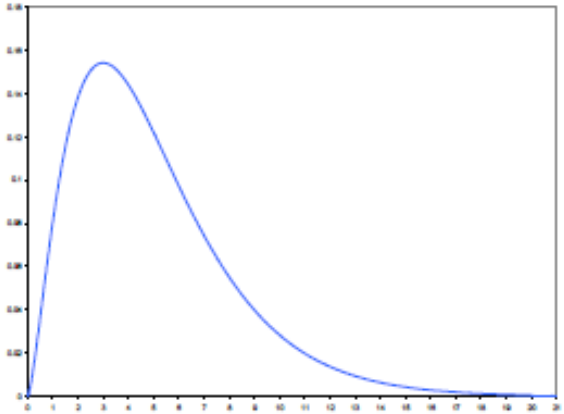
HISTOGRAMAS



Muestra n = 100



Muestra n = 1000



Población

Medidas de resumen

Resumiremos la información de los datos mediante medidas de fácil interpretación que reflejen sus características más relevantes. Las medidas de resumen son útiles para comparar conjuntos de datos y para presentar los resultados de un estudio.

Se clasifican en dos grupos principales:

Medidas de posición o localización: describen un valor alrededor del cual se encuentran las observaciones.

Medidas de dispersión o escala: pretenden expresar cuán variable es un conjunto de datos.

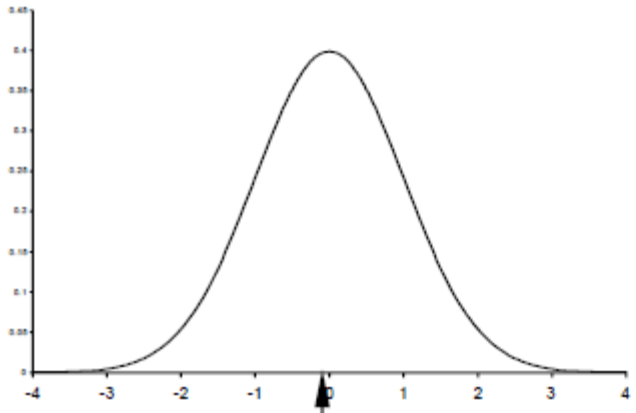
Medidas de Posición o Centrado

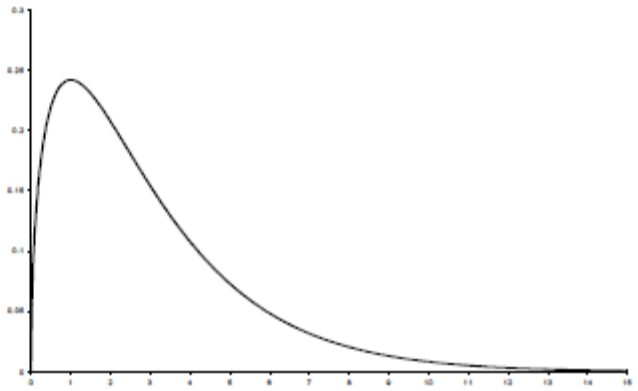
¿Cuál es el valor central o que mejor representa a los datos?

Buscamos un valor típico que represente a los datos.

Si la distribución es simétrica diferentes medidas darán resultados similares y hay un claro centro.

Si es asimétrica no existe un centro evidente y diferentes criterios para resumir los datos pueden diferir considerablemente.





Medidas de Posición o Centrado

Promedio o Media Muestral

Sumamos todas las observaciones y dividimos por el número total datos.

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_n}{n}$$

Medidas de Posición o Centrado

Ejemplo: Fuerza de compresión de muestras de Aleación de Aluminio-Litio

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{45} x_i}{45} = \frac{5350}{45} = 118.89$$

Es el punto de equilibrio del conjunto de datos.

X´s: 1, 2, 2, 3

X´s: 1, 2, 2, 7

Es una medida muy sensible a la presencia de datos anómalos (outliers).

Medidas de Posición o Centrado

Media de datos agrupados

Supongamos que se dispone de dos conjuntos de datos en los que se conoce la media y el número de datos de cada uno (hombres/ mujeres)

$$(\overline{x}_1, n_1, \overline{x}_2, n_2)$$

$$\overline{x} = \frac{\overline{x}_1 n_1 + \overline{x}_2 n_2}{n_1 + n_2}$$

Medidas de Posición o Centrado

Mediana Muestral

Es una medida del centro de los datos en tanto divide a la muestra ordenada en dos partes de igual tamaño. "Deja la mitad de los datos a cada lado".
Sean los estadísticos de orden muestrales:

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \ldots\ldots \leq x_{(n)}$$

definamos como mediana

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(k+1)} & \text{si} \quad n = 2k+1 \\ \dfrac{x_{(k)} + x_{(k+1)}}{2} & \text{si} \quad n = 2k \end{cases}$$

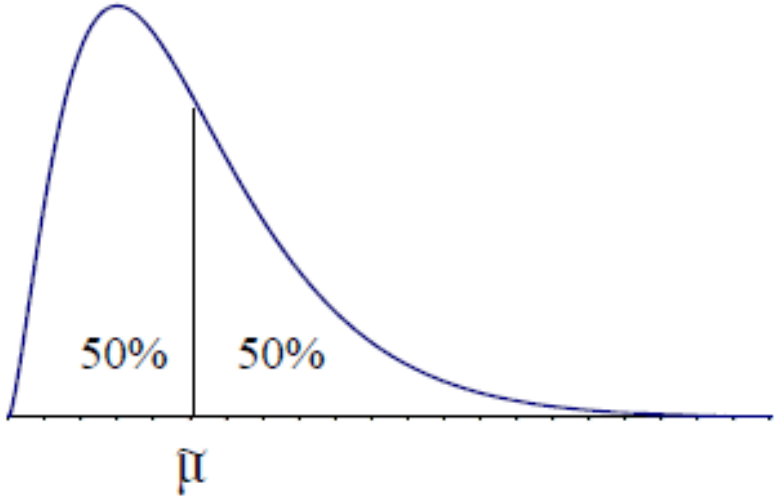
Si la distribución es simétrica la mediana y la media identifican al mismo punto.

La mediana es resistente a la presencia de datos atípicos.

Medidas de Posición o Centrado

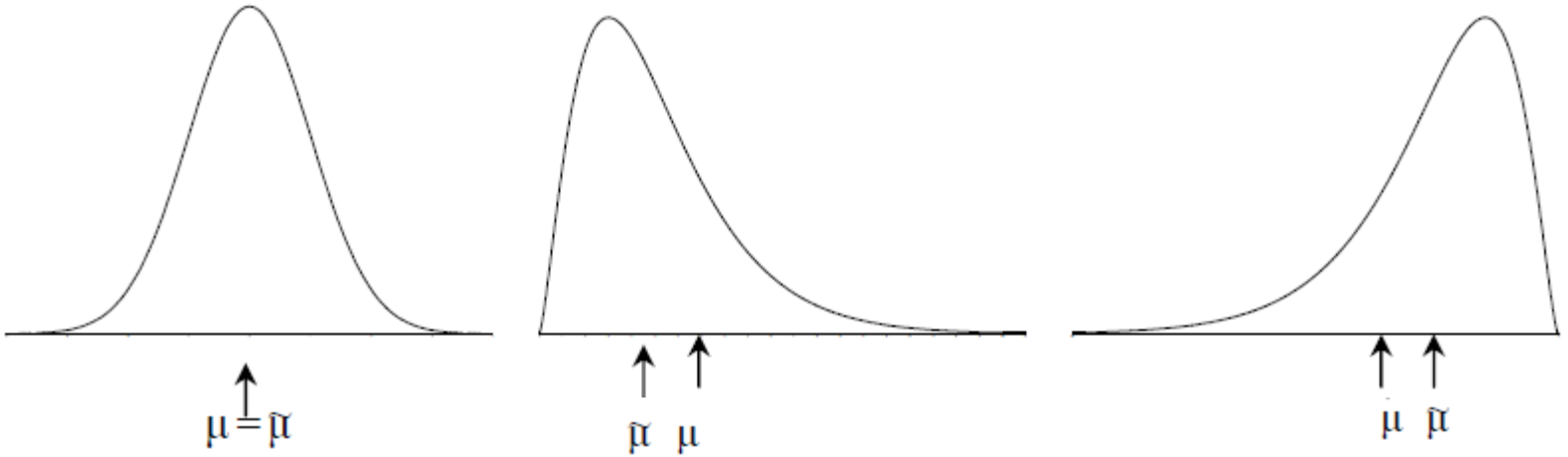
Mediana poblacional

La *mediana poblacional se define de modo equivalente a la mediana muestral y es el valor* de la variable por debajo del cual se encuentra a lo sumo el 50% de la población y por encima del cual se encuentra a lo sumo el 50% de la población.



Medidas de Posición o Centrado

Mediana poblacional



Medidas de Posición o Centrado

Si tenemos:

X´s: 1,2,2,3 $\bar{x} = 2$ $\tilde{x} = 2$

X´s: 1,2,2,7 $\bar{x} = 3$ $\tilde{x} = 2$

¿Qué pasa si tenemos un 70 en lugar de 7?

$$\bar{x} = 18.75 \qquad \tilde{x} = 2$$

Si tenemos una muestra de salarios de una población dada, ¿sería más adecuado tomar la media o la mediana muestral para representarlos?

Medidas de Posición o Centrado

Medias α-Podadas

Es un promedio calculado sobre los datos una vez que se han eliminado **α %** de los datos más pequeños y **un α %** de los datos más grandes. Formalmente podemos definirla como:

$$\bar{x}_{\alpha} = \frac{x_{([n\alpha]+1)} + \ldots + x_{(n-[n\alpha])}}{n - 2[n\alpha]}$$

Ejemplo: Sea el siguiente conjunto de 10 observaciones, ya ordenadas

X's: 2 5 8 10 14 17 21 25 28 40

y calculemos la media 0.10-podada. Como el 10% de 10 es 1, debemos podar 1 dato en cada extremo y calcular el promedio de los 8 datos restantes, es decir

$$\bar{x}_{0.10} = \frac{5 + 8 + 10 + 14 + 17 + 21 + 25 + 28}{8} = \frac{128}{8} = 16$$

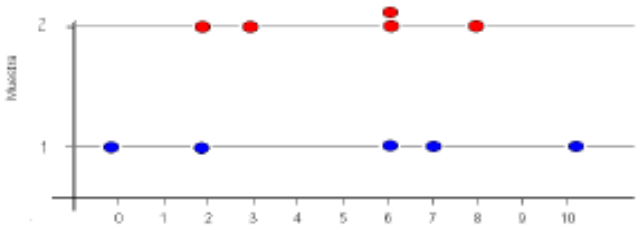
Medidas de Dispersión

Medidas de Dispersión o Variabilidad:

¿Cuán dispersos están los datos? ¿Cuán cercanos son los datos al valor típico?

Supongamos que tenemos datos $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$

X's: 0 2 6 7 10
Y's: 2 3 6 6 8



$$\overline{X} = \overline{Y} = 5$$
$$\widetilde{X} = \widetilde{Y} = 6$$

¿Cómo medir la diferencia que se observa entre ambas muestras?

Medidas de Dispersión

Rango Muestral

Se define como la diferencia entre el valor más grande y el pequeño de los datos:

$$\text{Rango} = \text{máx}(X_i) - \text{mín}(X_i)$$

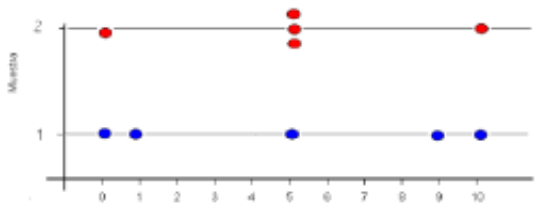
Ejemplo: en nuestros conjuntos de datos:

$$\text{Rango (X)} = 10 \qquad \text{Rango(Y)} = 6$$

- Esta medida es muy sensible a la presencia de outliers.

Veamos otro ejemplo:

X's: 0 1 5 9 10
Y's: 0 0 5 5 10



$\overline{X} = \overline{Y}$ $\qquad \tilde{X} = \tilde{Y}$ $\qquad Rango(X) = Rango(Y)$

Medidas de Dispersión

Varianza Muestral

Es una medida de la variabilidad de los datos alrededor de la media muestral.

Varianza muestral : $$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Desvío estándar muestral : $$S = \sqrt{S^2}$$

Ejemplo: en los dos ejemplos anteriores obtenemos

$S^2_x = 20.5$ $S_x = 4.258$

$S^2_y = 12.5$ $S_y = 3.536$

Medidas de Dispersión

Distancia Intercuartil

Es una medida basada en el rango de los datos centrales de la muestra y más resistente que el desvío estándar.

Comenzaremos por definir los **percentiles.** El percentil $\alpha \cdot 100$ **%** de la muestra es el valor por debajo del cual se encuentra el $\alpha \cdot 100$ **%** de los datos en la muestra ordenada.

Para calcularlo:

- Ordenamos la muestra de menor a mayor
- Buscamos el dato que ocupa la posición $\alpha \cdot (n+1)$ en la muestra ordenada. Si este número no es entero se interpolan los dos adyacentes.

Medidas de Dispersión

Ejemplo: Tenemos 19 datos que ordenados son

1 1 2 2 3 4 4 5 5 6 7 7 8 8 9 9 10 10 11

Percentil	Posición	Valor	
10%	0.10 (19+1) = **2**	1	
25%	0.25 (19+1) = **5**	3	**Cuartil Inferior**
50%	0.50 (19+1) = **10**	6	**Mediana**
75%	0.75(19+1) = **15**	9	**Cuartil Superior**
95%	0.95(19+1) = **19**	11	

Notemos que el percentil 50% (o segundo cuartil) coincide con la mediana. Llamaremos cuartil inferior (o primer cuartil) al percentil 25% y cuartil superior (o tercer cuartil) al percentil 75%.

Los cuartiles y la mediana dividen a la muestra ordenada en cuatro partes igualmente pobladas (aproximadamente un 25 % de los datos en cada una de ellas). Entre los cuartiles se hallan aproximadamente el 50% central de los datos y el rango de éstos es:

d_I =distancia intercuartil= cuartil superior - cuartil inferior

Observación: Si en ejemplo cambiáramos el último dato por 110, la distancia intercuartil no cambiaría, mientras que el desvío pasaría de 3.2 a 24.13!!!!

Medidas de Dispersión

Desvío Absoluto Mediano (Desviación absoluta respecto de la Mediana) MAD

Es una versión robusta del desvío estándar basada en la mediana. Definimos la MAD como:

$$MAD = \text{mediana}\left(\left|x_i - \tilde{x}\right|\right)$$

¿Cómo calculamos la MAD?

- Ordenamos los datos de menor a mayor.
- Calculamos la mediana.
- Calculamos la distancia de cada dato a la mediana.
- Despreciamos el signo de las distancias y las ordenamos de menor a mayor.
- Buscamos la mediana de las distancias sin signo.

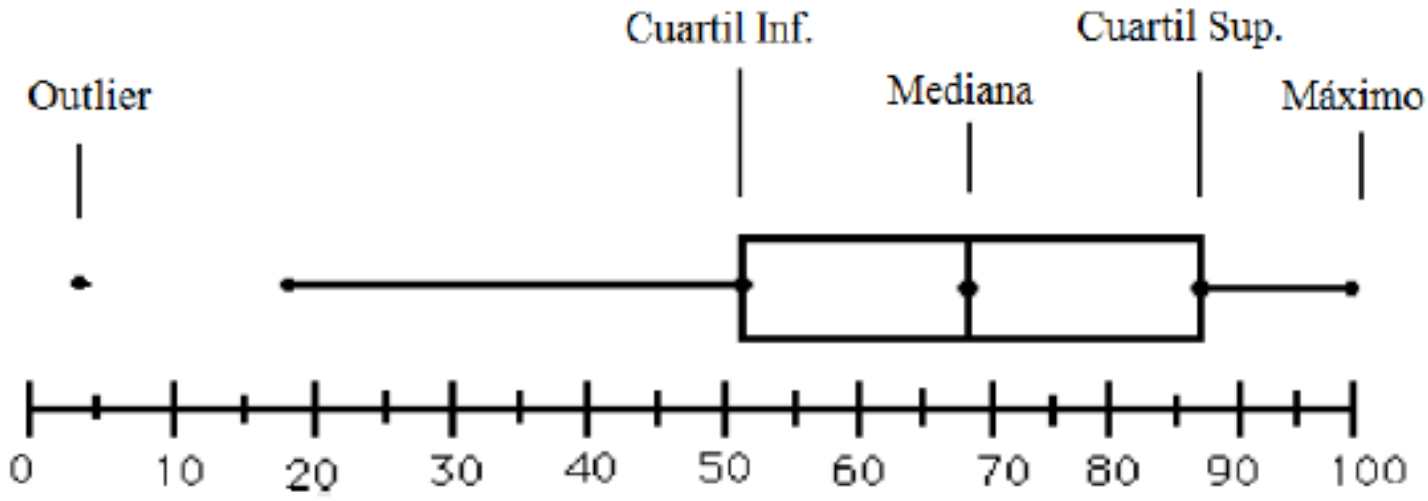
Observación: Si deseamos comparar la distancia intercuartil y la MAD con el desvío standard es conveniente dividirlas por constantes adecuadas. En ese caso se compara a S mediante

$$\frac{MAD}{0.675} \qquad \frac{d_I}{1.35}$$

Métodos Gráficos

REPRESENTACIÓN DE DATOS NUMERICOS

Boxplot



Boxplot

1. Representamos una escala vertical u horizontal

2. Dibujamos una caja cuyos extremos son los cuartiles y dentro de ella un segmento que corresponde a la mediana.

3. A partir de cada extremo dibujamos un segmento hasta el dato más alejado que está a lo sumo 1.5 d_I del extremo de la caja. Estos segmentos se llaman bigotes.

4. Marcamos con * a aquellos datos que están entre 1.5 d_I y 3 d_I de cada extremo y con o a aquellos que están a más.

Boxplot

Posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Datos	104	112	134	146	155	168	170	195	246	302	338	412	678

Ci=0.25-percentil calculo 0.25*(13+1)=3.5
Entonces Ci=146

Cs=0.75-percentil calculo 0.75*(13+1)=10.5
Entonces Cs=302

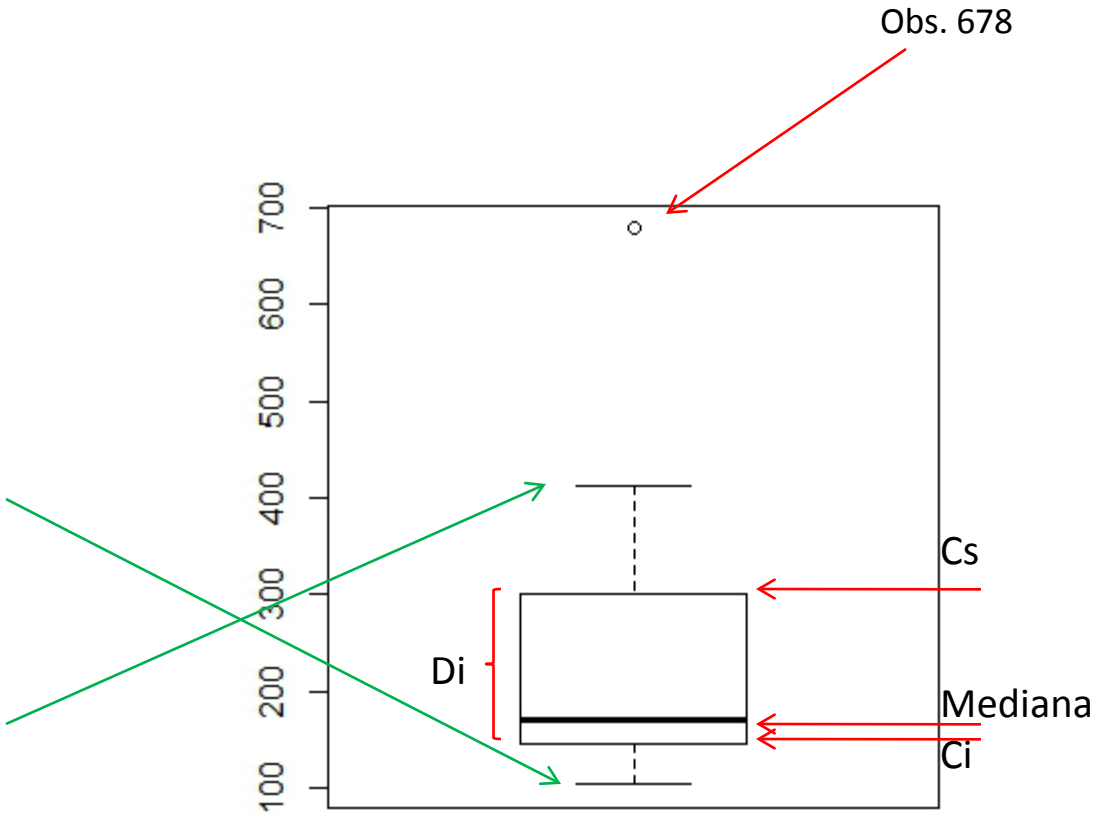
Di=302-146=156

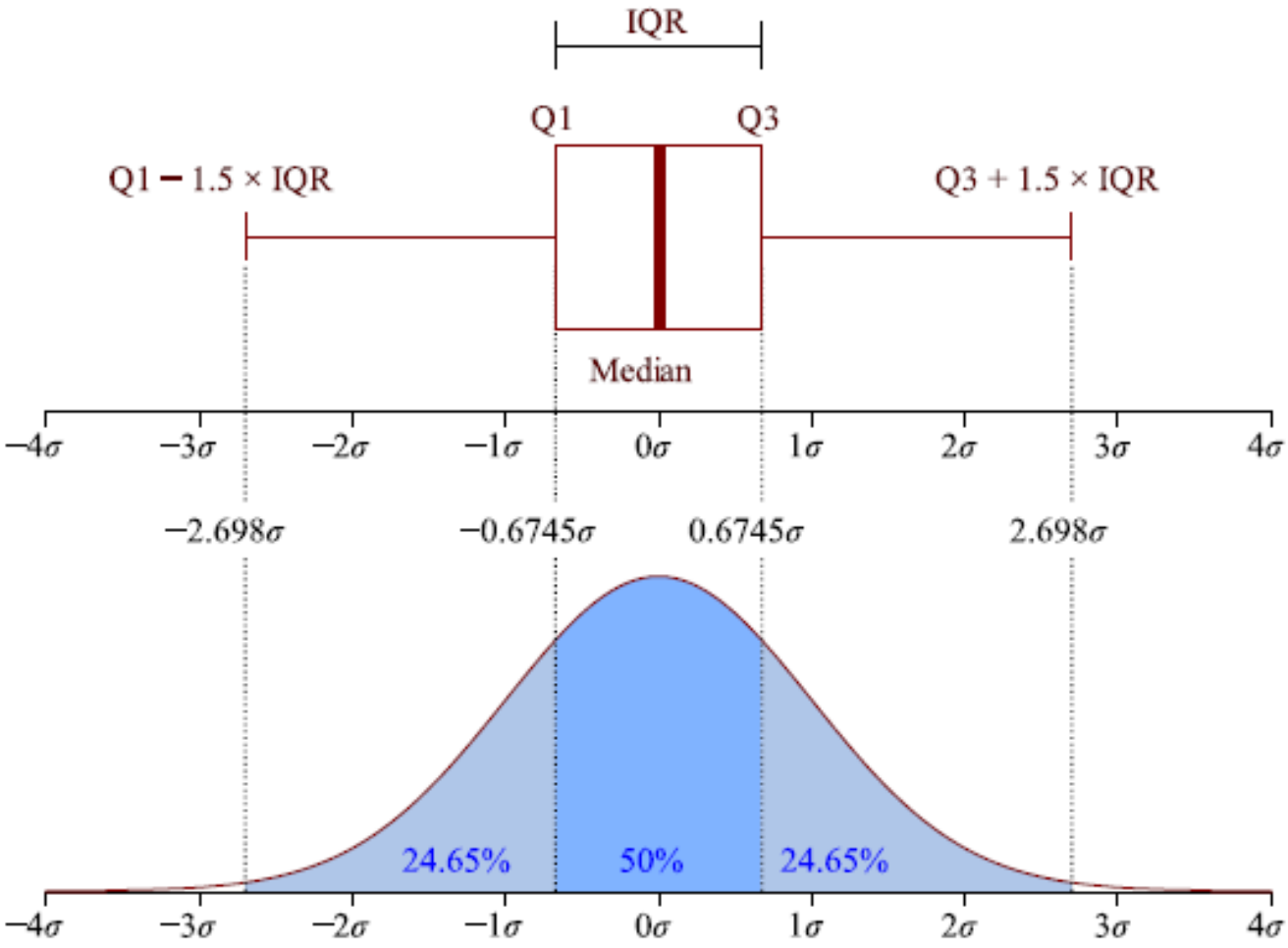
Calculamos
Li= primera cota inferior
= Ci-1.5*Di=146-1.5*156=-88
Llego hasta la obs. 104

Ls= primera cota superior
= Cs+1.5*Di=320+1.5*156=536
Llego hasta la obs. 412

Si= segunda cota inferior
= Ci-3*Di=146-3*156=-322 No tengo outliers

Ss= segunda cota superior
= Cs+3*Di=302+3*156=770 marco la obs. 678





Gracias Wikipedia!

Boxplot

¿Qué vemos en un box-plot?

- Posición
- Dispersión
- Asimetría
- Longitud de las colas
- Puntos anómalos o outliers.

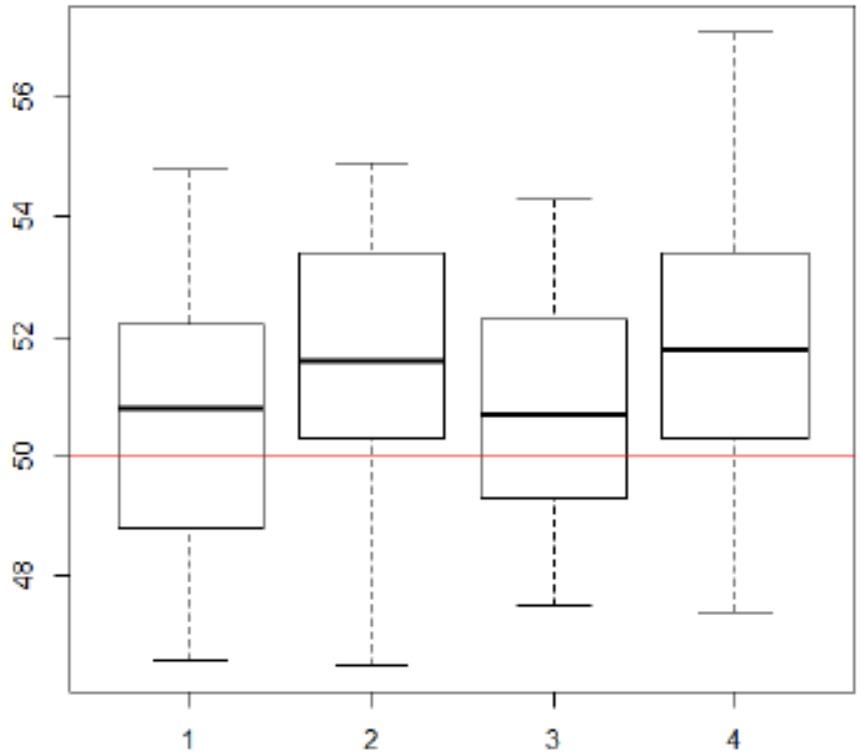
Los boxplots son muy útiles para comparar varios conjuntos de datos, pues nos dan una rápida impresión visual de sus características.

Boxplot

Ejemplo: Con el fin de estudiar las diferencias entre 4 laboratorios se miden 25 muestras con una concentración de analito de 50mg kg^{-1}.

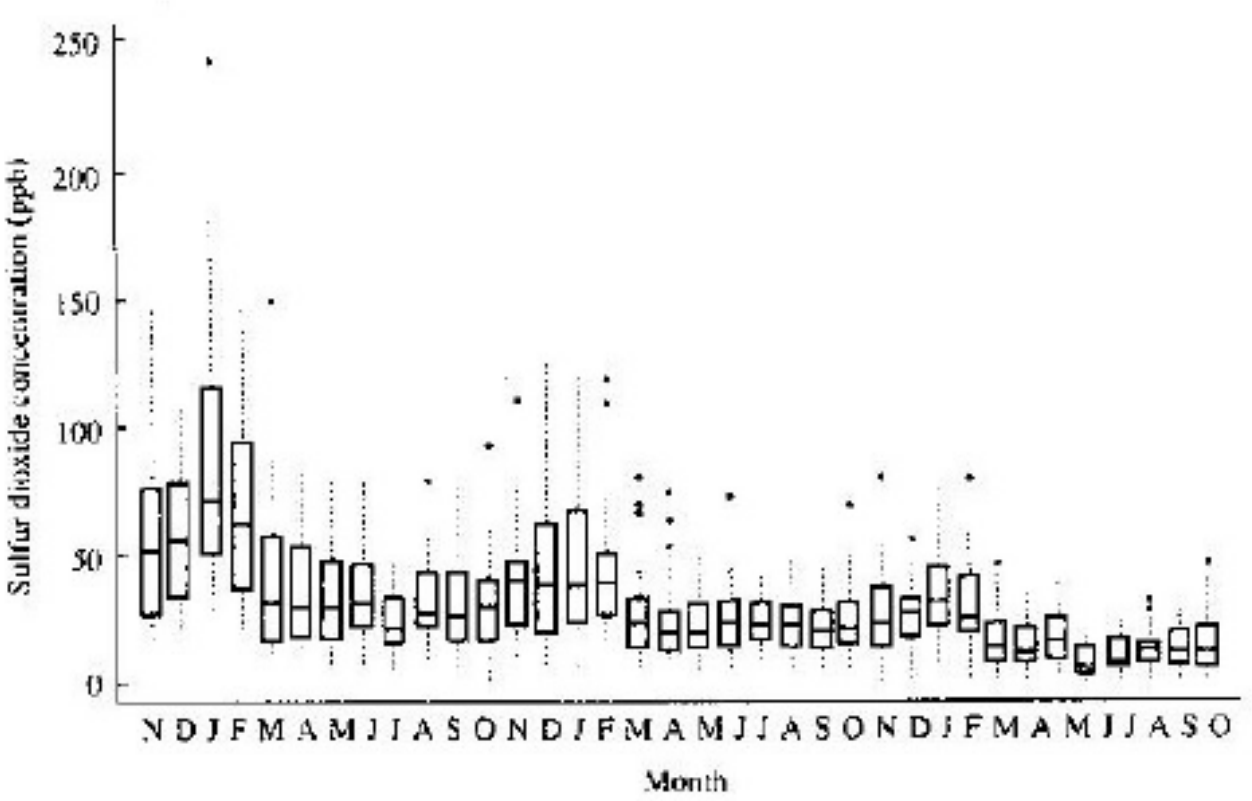
Se analizan los datos correspondientes a 25 mediciones realizadas en 4 laboratorios. Veamos que da este análisis.

```
boxplot(LAB1,LAB2,LAB3,LAB4)
abline(h=50,col="red")
```

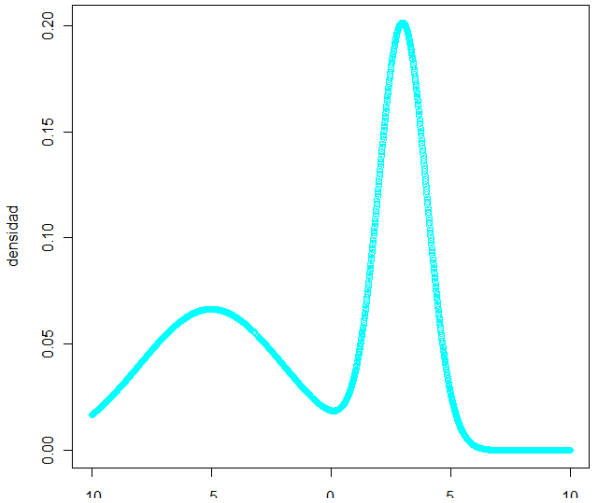


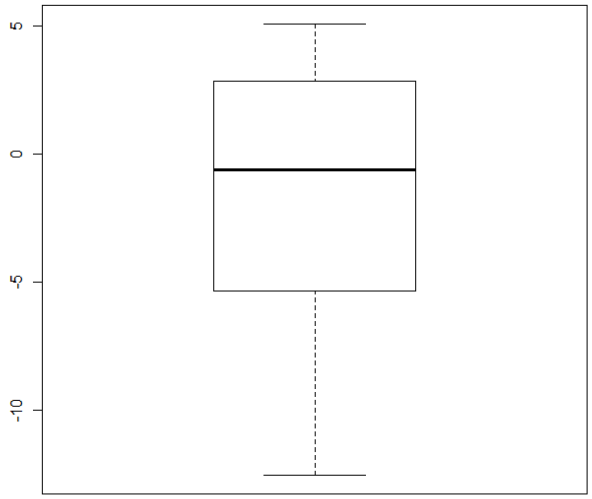
Boxplot

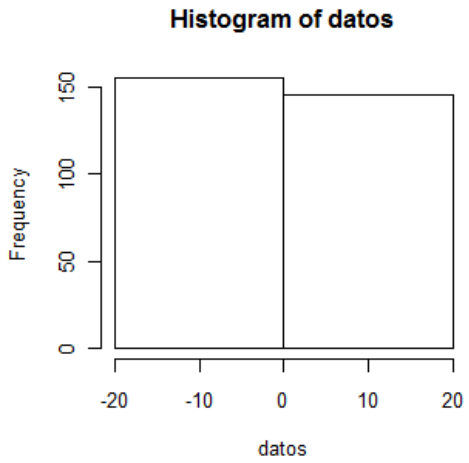
Ejemplo: Los siguientes boxplots corresponden a datos de concentración máxima diaria en partes por mil millones de dióxido de azufre en Bayonne, en el estado de Nueva Jersey, desde noviembre de 1969 hasta octubre de 1972 agrupados por meses. Hay 36 grupos de datos, cada uno de tamaño aproximadamente 30.

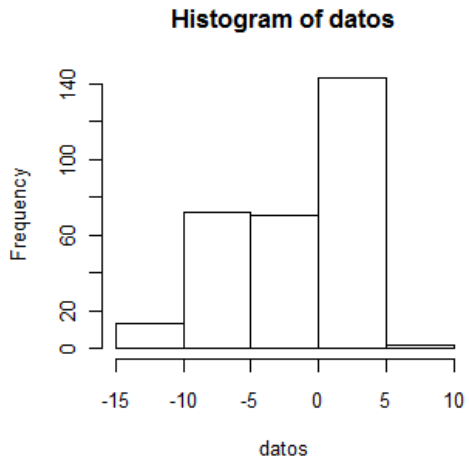


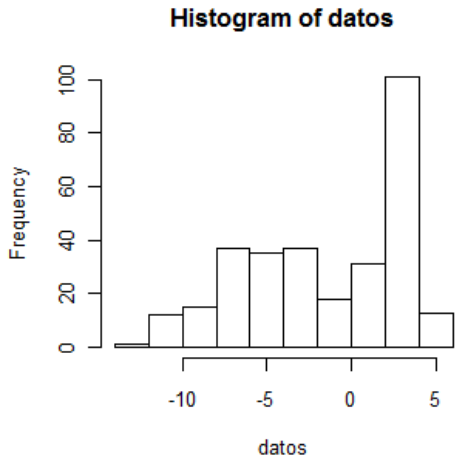
Boxplot

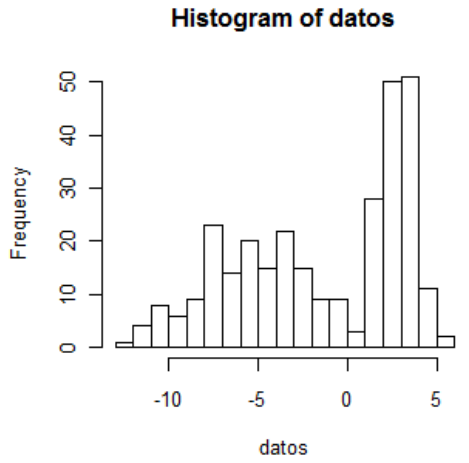

densidad
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20


5
0
-5
-10


Histogram of datos
Frequency
0
50
100
150
-20
-10
0
10
20
datos


Histogram of datos
Frequency
0
20
60
100
140
-15
-10
-5
0
5
10
datos


Histogram of datos
Frequency
0
20
40
60
80
100
-10
-5
0
5
datos


Histogram of datos
Frequency
0
10
20
30
40
50
-10
-5
0
5
datos

QQ-Plot o Grafico cuantil-cuantil

QQ-plot

El qq-plot es un gráfico que nos sirve para evaluar la cercanía a la distribución normal.

Para realizarlo se consideran los estadísticos de orden

$$X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \ldots\ldots \leq X_{(n)}$$

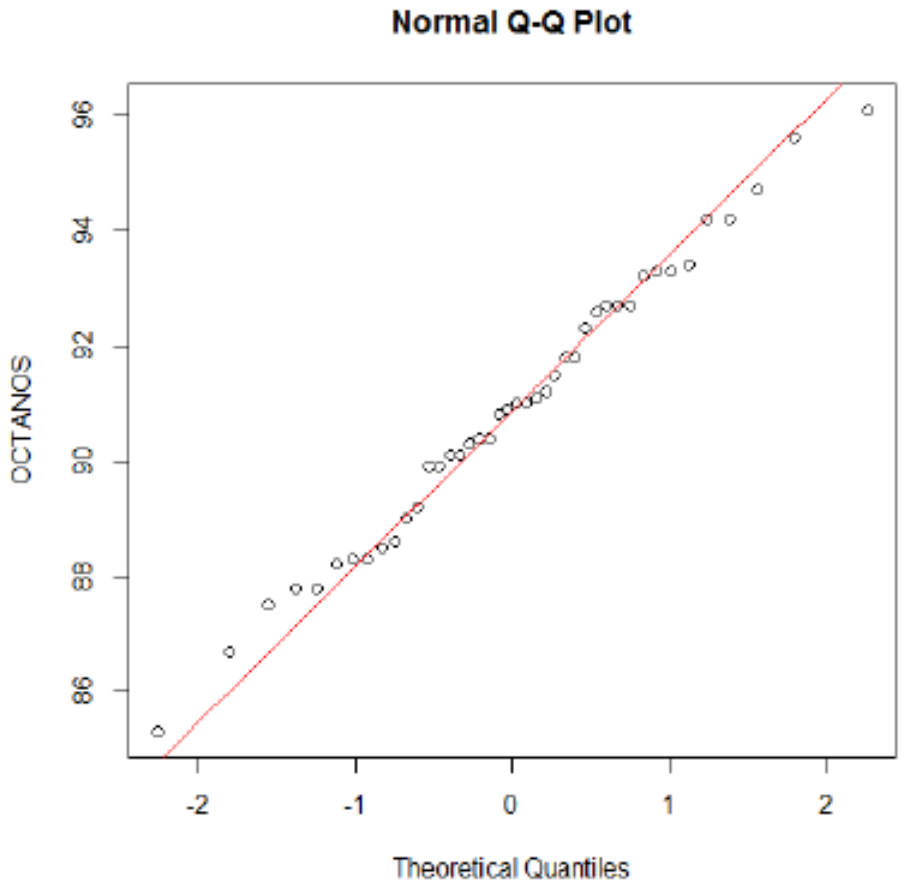
que se grafican versus el percentil $\frac{i-1/3}{n+1/3}$ de la normal, es decir $\phi^{-1}(\frac{i-1/3}{n+1/3})$ (algunos programas toman variaciones de estos valores)

Si los datos provienen de una distribución normal esperamos que el gráfico sea parecido a una recta.

El alejamiento de la normalidad se ve reflejado por la forma del gráfico.

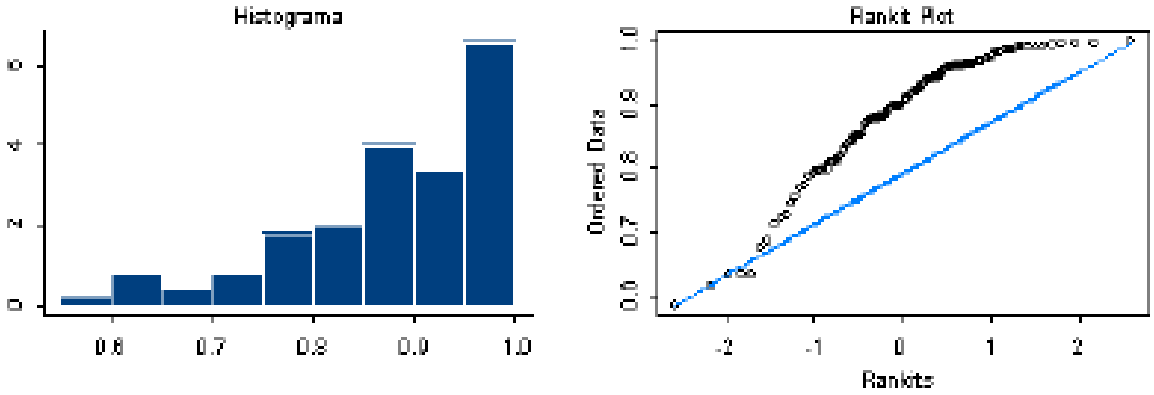
QQ-Plot o Grafico cuantil-cuantil

```
qqnorm(octanos.per,ylab="OCTANOS" )
qqline(octanos.per, col = 2)
```

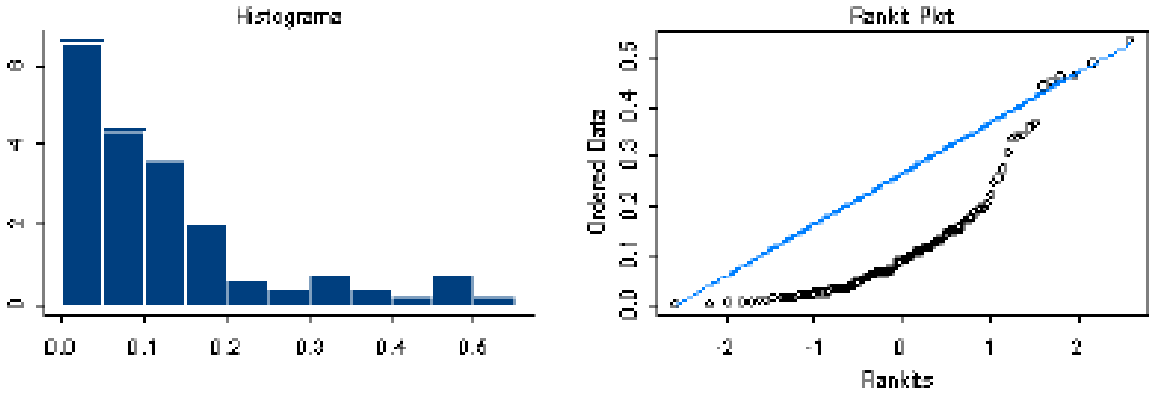


QQ-Plot o Grafico cuantil-cuantil

Asimetrica a Izquierda

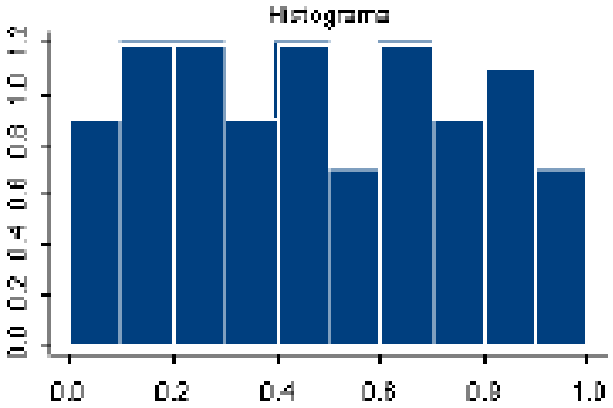


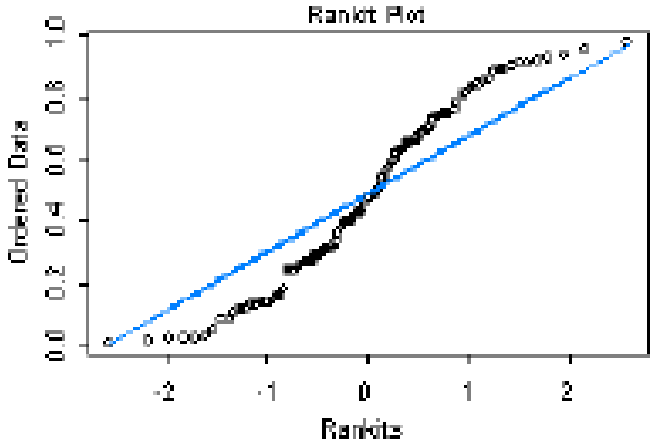
Asimetrica a Derecha



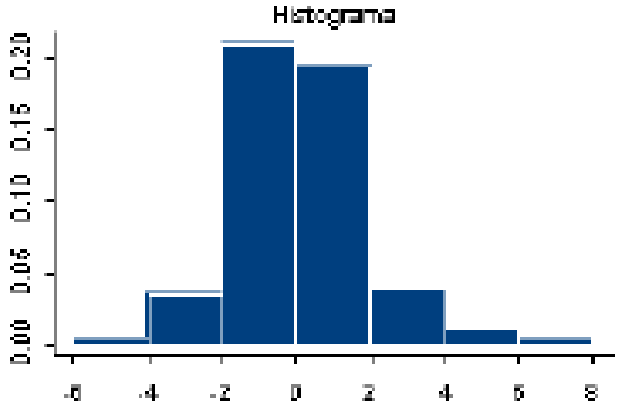
QQ-Plot o Grafico cuantil-cuantil

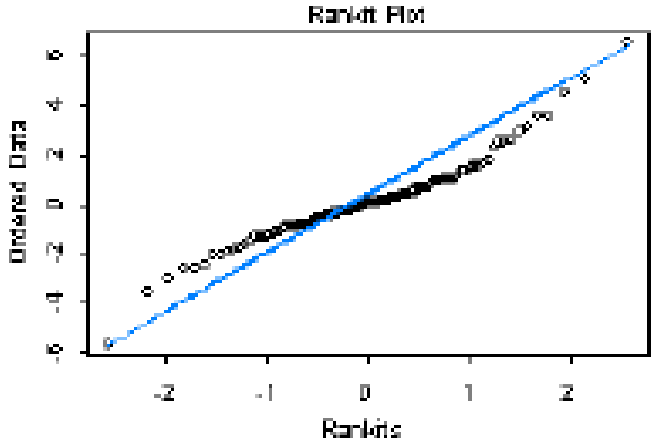
Simetría con colas Livianas

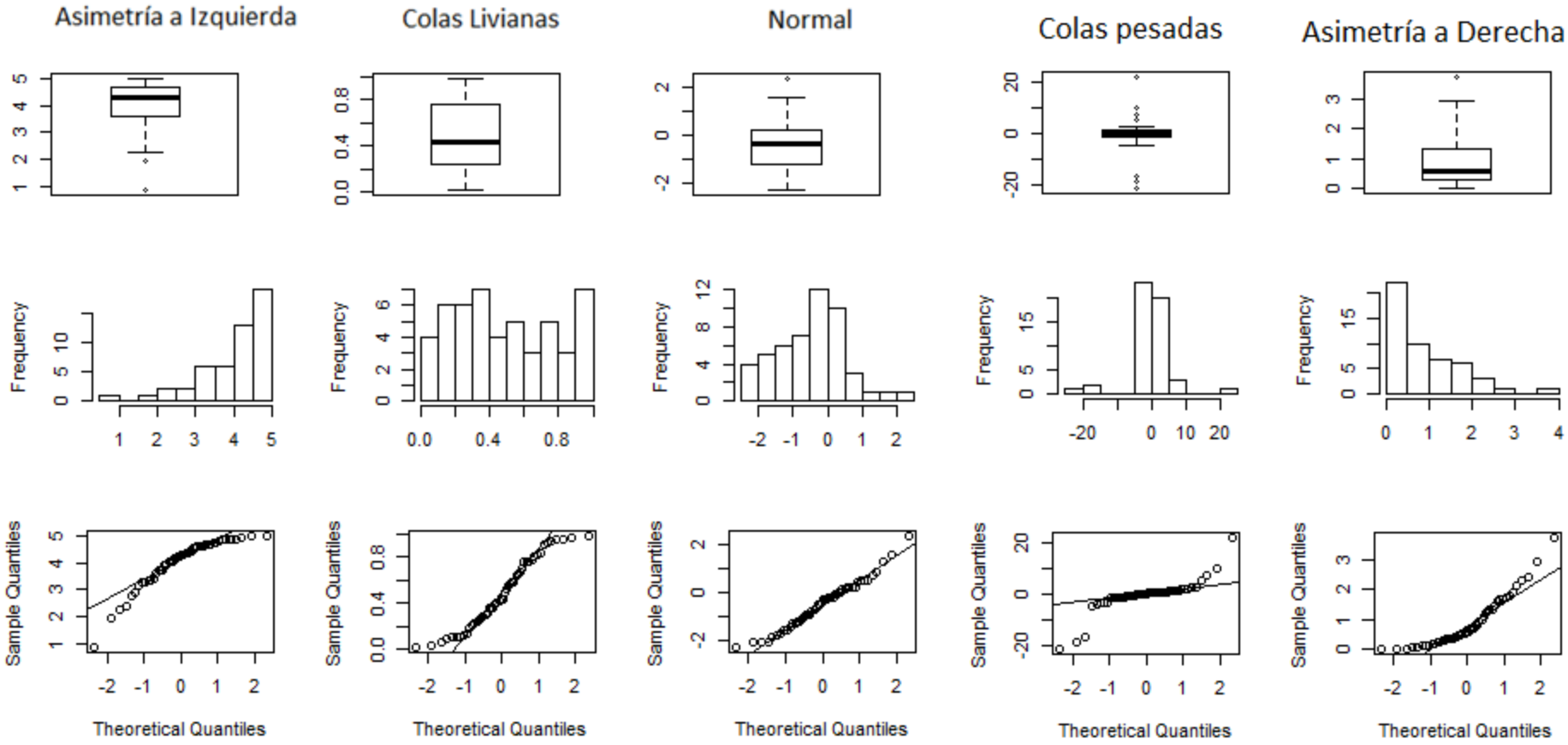




Simetría con colas Pesadas






Asimetría a Izquierda
Colas Livianas
Normal
Colas pesadas
Asimetría a Derecha
Frequency
Sample Quantiles
Theoretical Quantiles