

Estadística (Q)- Clase 4

1. Se arroja un dado 8 veces. Calcular la probabilidad de que salgan
 - a) exactamente 3 unos,
 - b) entre 3 y 5 cuatros,
 - c) menos de 7 cincos.

2. El número de cierto tipo de larvas en un estanque tiene una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 3$ por cm^3 de agua.
 - a) Calcule la probabilidad de que una muestra de $1 cm^3$ contenga 4 o más larvas.
 - b) Si ahora se toman en forma independiente 5 muestras de $1 cm^3$ de volumen cada una.Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de ellas contengan 4 o más larvas?

3. La administración de una universidad le asegura a un matemático que él tiene sólo una posibilidad en 10000 de encontrarse atrapado en un catastrófico ascensor en el edificio donde se encuentra el departamento de matemáticas. Si él va a trabajar 5 días a la semana, 52 semanas al año, durante 10 años y siempre toma el ascensor. Cuál es la probabilidad de que nunca quede encerrado en el ascensor al subir? Cuál es la probabilidad de que se quede encerrado una vez al subir? Dos veces? Y de manera aproximada cómo puede calcularlo?. Suponer que los resultados de cada día son mutuamente independientes.

4. En un juego de tiro al blanco, la distancia al centro (en cm.) que obtiene Juan se considera una variable aleatoria X con la siguiente función de densidad

$$f_X(t) = \begin{cases} \frac{t}{72} & \text{si } 0 \leq t \leq 12 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- a) Hallar la probabilidad de que un tiro de Juan diste menos de 1 cm. del blanco.
 - b) Hallar F_X .
 - c) Hallar $\mathbb{E}(X)$ y $Var(X)$.
 - d) Hallar el percentil o cuantil 0.90 de la distribución X .
 - e) En el pub se organiza un juego que otorga un premio de $\$120 - X$ para cada lanzamiento al blanco, donde X es la distancia conseguida. Si cada vez que se desea participar de este juego de debe pagar $\$45$, ¿cuál es la esperanza y varianza de la ganancia neta para Juan?
 - f) ¿Cuál es la probabilidad de que la ganancia neta sea mayor que la ganancia neta esperada?
 - g) Juan tira 12 veces al blanco, ¿cuál es la probabilidad de que dos o menos de sus tiros disten menos de 1 cm. del blanco?
5. El diámetro D (expresado en dm) del tronco de cierta especie de árboles es una variable aleatoria con función de densidad

$$f_D(x) = kxI_{(0;10)}(x)$$

- a) Hallar el valor de la constante k .
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro de un árbol de esa especie elegido al azar mida entre 4 y 6 dm?
- c) Se elige un árbol de esa especie al azar. Se sabe que tiene un diámetro de más de 5 dm. ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro de dicho árbol mida entre 4 y 6 dm? Comparar con la respuesta anterior.

- d) En un área del bosque hay 3 árboles de esa especie. Calcular la probabilidad de que exactamente 2 de ellos tengan el diámetro entre 4 y 6 dm.
- e) ¿Cuántos árboles habría que muestrear en el bosque para que la probabilidad de encontrar al menos uno cuyo diámetro mida entre 4 y 6 dm, sea mayor o igual que 0.99?
6. Una barra de 12 pulgadas sujeta por ambos extremos, debe someterse a una creciente cantidad de esfuerzo hasta que se rompa. Sea Y = distancia desde el extremo izquierdo hasta dónde ocurre la rotura. Supongamos que la densidad de Y es la siguiente

$$f_Y(y) = \begin{cases} ay \left(1 - \frac{y}{12}\right) & \text{si } 0 \leq y \leq 12 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- a) Hallar a .
- b) Calcular $P(Y \leq 4)$, $P(6 < Y)$; $P(4 \leq Y < 6)$.
- c) Hallar la esperanza y la varianza de Y .
- d) Calcular la probabilidad de que el punto de ruptura ocurra a más de 2 pulgadas del punto de ruptura esperado.