Elementos de Cálculo Numérico (M) / Cálculo Numérico (F)

Recuperatorio Matlab - Turno Mañana

Ejercicio 1. El objetivo de este ejercicio es modelar la trayectoria de un proyectil (tiro oblicuo), considerando el rozamiento del aire. Llamaremos v_x y v_y a la velocidad del proyectil en las coordenadas x e y, y r_x y r_y a la posición en esas mismas coordenadas.

Las velocidades satisfacen las ecuaciones:

$$\dot{v_x} = -\frac{\gamma}{m} v_x^2$$
$$\dot{v_y} = -\frac{\gamma}{m} v_y^2 + g$$

Donde m es la masa del proyectil, γ es una constante que representa el rozamiento con el aire y $g = 9.81$ es la aceleración gravitatoria.

Supondremos que los objetos son arrojados con una velocidad inicial v_0. Al descomponer v_0 en x e y obtenemos $v_x(0) = v_0 \cos(\theta)$ y $v_y(0) = v_0 \sin(\theta)$, donde θ es el ángulo respecto de la horizontal con que se lanza el proyectil.

Finalmente, la posición viene dada por:

$$\dot{r_x} = v_x$$
$$\dot{r_y} = v_y$$

Supondremos que los proyectiles son arrojados desde el origen de coordenadas, por lo cual: $r_x(0) = r_y(0) = 0$.

Implemente una función `tiro` que reciba como parámetros:

- La velocidad inicial v_0.
- El ángulo θ del tiro.
- Un paso h.

y resuelva el problema utilizando el método de Euler. Fije como datos una masa de 10Kg, y una constante de rozamiento $\gamma = 0.0058$.

La resolución se debe realizar por un tiempo indefinido, deteniéndose el algoritmo cuando el objeto alcanza el suelo. El programa deberá devolver:

- Un vector de tiempos: `t = [0,h,2h,...,T]`, donde `T` es el tiempo final, en el que el objeto llega al piso.
- Los dos vectores con las velocidades en cada componente (v_x y v_y) para cada tiempo en `t`.
- Los dos vectores con las posiciones en cada componente (r_x y r_y) para cada tiempo en `t`.

Es recomendable abordar este problema considerando las ecuaciones por separado, y utilizando la velocidad aproximada en en el tiempo t_i para calcular la posición en ese mismo instante.

Para verificar que el programa esté funcionando correctamente, córralo y grafique r_x contra r_y para $v_0 = 1000$, $\theta = \frac{\pi}{4}$, $h = 0.001$.

Ejercicio 2. Se desea lanzar un proyectil de 16 Kg con un cañón que puede imprimirle una velocidad inicial de 1000 m/s, de manera tal que caiga a tierra a 6500 metros de distancia. Escriba un programa que utilice un argumento de bisección en θ, para determinar el ángulo a que debe arrojarse el proyectil.

Concretamente: observe que al utilizar $\theta_a = \frac{\pi}{6}$ el proyectil cae más allá de los 7000 metros mientras que al utilizar $\theta_b = \frac{\pi}{3}$ se llega a menos de 6200 metros de distancia; y escriba un programa que, haciendo bisección en θ corra la función `tiro` y actualice los extremos del intervalo $[\theta_a, \theta_b]$, hasta reducirlo a un intervalo de longitud menor que 0.001.

Pruebe la función `tiro` con el valor de θ arrojado por este programa, y grafique r_x contra r_y.

Recordar:

El método de Euler para la ecuación $y' = f(t, y)$ viene dado por:

$$y_{i+1} = y_i + hf(t_i, y_i)$$

Entrega:

Los programas deberán ser enviados por mail a la dirección: `ecn.matlab@gmail.com`. El asunto del mail deberá ser su nombre, su apellido y su número de libreta universitaria.