FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES — UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
Complementos de Análisis
Maestría en Estadística Matemática — Primer Cuatrimestre 2013

Práctica 10

1. Evaluar cada una de las integrales siguientes si $R = [0,1] \times [0,1]$:

   a) $\int_R (x^3 + y^2)\, dxdy$ b) $\int_R ye^{xy}\, dxdy$

   c) $\int_R x^2 y \cos x^3\, dxdy$ d) $\int_R \ln[(x+1)(y+1)]\, dxdy$

   e) $\int_R (x^m y^n)\, dxdy,$ donde $m, n > 0$ f) $\int_R (ax + by + c)\, dxdy$

   g) $\int_R \sin(x+y)\, dxdy$ h) $\int_R (x^2 + 2xy + yx^{1/2})\, dxdy$

2. Calcular el volumen del sólido acotado por la gráfica $z = x^2 + y$, el rectángulo $R = [0,1] \times [0,2]$ y los "lados verticales" de R.

3. Calcular las siguientes integrales iteradas y dibujar las regiones D determinadas por los límites de integración:

   a) $\int_0^1 \int_0^{x^2} dydx$ b) $\int_1^2 \int_{2x}^{3x+1} dydx$

   c) $\int_0^1 \int_1^{e^x} (x+y)\, dydx$ d) $\int_0^1 \int_{x^3}^{x^2} y\, dydx$

   e) $\int_{-3}^2 \int_0^{y^2} (x^2 + y)\, dxdy$ f) $\int_0^\pi \int_0^{\sin y} y\, dxdy$

   g) $\int_0^1 \int_0^{(1-x^2)^{1/2}} dydx$ h) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos x} y \sin x\, dydx$

   i) $\int_0^1 \int_{y^2}^{y} (x^n + y^m)\, dxdy$ $(m, n > 0)$ j) $\int_{-2}^0 \int_{x^3}^{x+1} (y^2 + 1)\, dydx$

4. Usar integrales dobles para calcular el área de un círculo de radio r y el área de una elipse con semiejes de longitud a y b.

5. Calcular
$$\int_T (x \sin x + y \sin(x+y))\, dxdy$$
siendo T el triángulo de vértices $(1,0)$, $(0,1)$ y $(3,3)$.

6. Sea D la región acotada por los semiejes positivos de x e y y la recta $3x + 4y = 10$. Calcular
$$\int_D (x^2 + y^2)\, dxdy$$

7. Sea D la región acotada por el eje y y la parábola $x = -4y^2 + 3$. Calcular
$$\int_D x^3 y\, dxdy$$

8. Calcular $\int_D y^2 x^{1/2}\, dxdy$ donde
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > x^2, y < 10 - x^2\}$$

9. En las integrales siguientes, cambiar el orden de integración, dibujar las regiones correspondientes y evaluar la integral por los dos caminos.

   a) $\int_0^1 \int_x^1 xy\, dydx$ b) $\int_0^1 \int_1^{2-y} (x + y)^2\, dxdy$

   c) $\int_0^1 \int_{2x}^{3x} x^2 y\, dydx$ d) $\int_{-1}^1 \int_{|y|}^1 (x + y)^2\, dxdy$