1	2	3	4	5	Calificación

Apellido y Nombre:
No. de libreta: Carrera:

Examen Final de ANALISIS I- Matemática 1 - Análisis Matemático 1 - Análisis II(C)

11/3/2011

---

1. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función derivable y estrictamente creciente, entonces $f'(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

b) Si $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ es continua y $\int_a^b f(x)\ dx = 0$ para todo intervalo $[a,b] \subset [0,1]$, entonces $f(x) = 0$ para todo $x \in [0,1]$.

c) Sea $f : [0,\infty) \to [0,\infty)$ continua. Si la integral impropia $\int_0^\infty f(x)\ dx$ converge, entonces $f(x) \to 0$ cuando $x \to +\infty$.

2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y-2xy+y}{(x-1)^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (1,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (1,0) \end{cases}$$

Probar que para cualquier curva $\alpha : (-\varepsilon,\varepsilon) \to \mathbb{R}^2$ de clase C^1 [donde $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$] tal que $\alpha(0) = (1,0)$ y $\alpha(t) \neq (1,0)$ para todo $t \neq 0$, la derivada $(f \circ \alpha)'(0)$ existe; pero que sin embargo f no es diferenciable en el punto $(1,0)$.

3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^1, $D = \{(x.y) \in \mathbb{R}^2 : \|(x,y)\| \leq 1\}$ el disco unitario cerrado. Supongamos que $f_{/D}$ (f restringida a D) tiene un máximo absoluto en el punto $(1,0)$. Probar que

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1,0) \geq 0$$

4. Sean $p_1 = (1,0)$, $p_2 = (2,3)$ y $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^1. Supongamos que f se anula solo en estos dos puntos, o sea:

$$\{p \in \mathbb{R}^2 : f(p) = 0\} = \{p_1, p_2\}.$$

Probar que $\nabla f(p_1) = \nabla f(p_2) = (0,0)$.

5. Sea $U : \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\} \to \mathbb{R}$ la función $U(x,y) = log(x^2+y^2)$. Calcular el valor de la integral

$$I = \int\int_C \|\nabla(U)\|^2\ dxdy,$$

siendo $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq \|(x,y)\| \leq 3, x \leq 0, y \geq 0\}$.

Justifique todas sus respuestas.