

Álgebra 1

Primer Cuatrimestre 2012

Práctica 6 - Complejos

1. Dados $z = 1 + 3i$ y $w = 4 + 2i$, representar en el plano los siguientes números complejos

- | | | | | |
|---------|--------------|---------------|----------------------|--------------|
| i) z | iii) $z + w$ | v) $-z$ | vii) $2z$ | ix) $ z $ |
| ii) w | iv) $z - w$ | vi) \bar{z} | viii) $\frac{1}{2}w$ | x) $ w - z $ |

2. Hallar $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$, \bar{z} , $|z|$, z^{-1} , $\operatorname{Re}(z^{-1})$, $\operatorname{Im}(z^{-1})$, $\operatorname{Re}(-iz)$ e $\operatorname{Im}(iz)$ en cada uno de los casos siguientes

- | | |
|--|---|
| i) $z = (2 + i)(1 + 3i)$ | iv) $z = i^{17} + \frac{1}{2}i(1 - i)^3$ |
| ii) $z = 5i(1 + i)^4$ | v) $z = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)^{179}$ |
| iii) $z = (\sqrt{2} + \sqrt{3}i)^2(\overline{1 - 3i})$ | vi) $\left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{-1}(1 + (2 - i)^2)$ |

3. Graficar en el plano complejo

- $\{z \in \mathbb{C} / 3 \operatorname{Re}(z) - 1 = 2 \operatorname{Im}(z)\}$
- $\{z \in \mathbb{C} / -1 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 1 \text{ y } |z| \leq 2\}$
- $\{z \in \mathbb{C} / 2 \leq |z - 1 + i| \leq 3\}$
- $\{z \in \mathbb{C} / z \operatorname{Im}(z)(1 - i) = |z|^2\}$
- $\{z \in \mathbb{C} / |z - 2| = |z - 1 - i|\}$

4. Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen

- | | |
|--|--|
| i) $z \neq 0$ y $z = \bar{z}^{-1}$ | v) $z^2 + z^2 = i\bar{z}$ |
| ii) $\operatorname{Re}(z^2) = 0$ | vi) $ z - \bar{z} = \operatorname{Re}(z)$ |
| iii) $z \neq 0$ y $z + z^{-1} \in \mathbb{R}$ | vii) $i(z^2 + 4) = z \operatorname{Im}(z)$ |
| iv) $ z ^2 = (z + \bar{z}) \operatorname{Im}(z)$ | viii) $z \neq 0$ y $z - 1 = z^{-1}$ |

5. Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen

- | | |
|------------------------|-----------------------------------|
| i) $z^2 - 2z + 10 = 0$ | iii) $z^2 + (1 + 2i)z + 2i = 0$ |
| ii) $z^2 = 3 + 4i$ | iv) $z^2 + (3 + 2i)z + 5 + i = 0$ |

6. Calcular los módulos y los argumentos de los siguientes números complejos

- | | | |
|------------------------------|--|--|
| i) $3 + \sqrt{3}i$ | iv) $(-1 + \sqrt{3}i)^5$ | vii) $\cos \frac{11\pi}{5} - i \operatorname{sen} \frac{19\pi}{5}$ |
| ii) $(2 + 2i)(\sqrt{3} - i)$ | v) $-\cos \frac{8\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{8\pi}{3}$ | viii) $\operatorname{sen} \frac{3\pi}{4} + i \cos \frac{3\pi}{4}$ |
| iii) $(-1 - i)^{-1}$ | vi) $\cos \frac{4\pi}{7} + i \operatorname{sen} \frac{-4\pi}{7}$ | ix) $\cos \frac{55\pi}{3} - \operatorname{sen} \frac{56\pi}{3}$ |

7. Graficar en el plano complejo

- $\{z \in \mathbb{C} - \{0\} / |z| \geq 2 \text{ y } \frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{2\pi}{3}\}$
- $\{z \in \mathbb{C} - \{0\} / \arg(-iz) > \frac{\pi}{4}\}$
- $\{z \in \mathbb{C} - \{0\} / |z| < 3 \text{ y } \arg(z^4) \leq \pi\}$

