OPTIMIZACIÓN - 1er Cuatrimestre 2011

Práctica 3

Ejercicio 1 Probar que dada $A \in \mathbb{R}^{nxn}$ simétrica, existe $\mu_0 \geq 0$ tal que $A + \mu I$ es Simétrica y Definida Positiva.

Ejercicio 2 Implemente el siguiente algoritmo de Newton con búsqueda Lineal: Dado $x_0 \in \mathbb{R}^n$, $\alpha \in (0, 1)$.

(1) Si $\nabla f(x_k) = 0$ Parar.

(2) Intentar la factorización de Cholesky: $\nabla^2 f(x_k) = LDL^t$.

(3) Si (2) es posible obtener $d_k \in \mathbb{R}^n$ resolviendo

$$Lz = -(x_k) \qquad DLd_k = z$$

(4) Si (2) no es posible, hacer $d_k = -\nabla f(x_k)$.

(5) Elegir por backtracking t de modo que se satizfaga $f(x_k + td_k) \leq f(x_k) + \alpha t \nabla f(x_k)^t d_k$, hacer $x_{k+1} = x_k + td_k$ y volver a (1).

Ejercicio 3 Dada la sucesión $x_{k+1} = \frac{1}{2}\left(x_k + \frac{a}{x_k}\right)$, con $a > 0$. Suponiendo que converge, determine a dónde converge y cuál es el orden de convergencia.

Métodos de Direcciónes Conjugadas

Ejercicio 4 Sea $Q \in \ltimes\curvearrowleft\ltimes$ definida positiva y sean $v_1, ...v_n$ vectores l.i. Mostrar que el método de Gram-Schmidt puede ser usado para generar una secuencia de direcciónes Q-ortogonales desde los v_i. Específicamente, muestre que

$$d_1 = v_1 \qquad d_{k+1} = v_{k+1} - \sum_{i=1}^{k+1} \frac{p_{k+1}^t Q d_i}{d_i^t Q d_i} d_i$$

forma un conjunto $Q-$ortogonal.

Ejercicio 5 Sea $f(x) = \frac{1}{2}x^t Q x - b^t x$ con Q DP. Sea x_1 un minimizante de f en un subespacio S_1 que contiene al vector d y sea x_2 un minimizante de f en un subespacio S_2 que contiene a d. Mostrar que si $f(x_1) < f(x_2)$ entonces $\overline{x} = x_1 - x_2$ es $Q-$ortogonal a d.

Ejercicio 6 **Para Entregar** Implementar el método del Gradiente Conjugado para minimizar $f(x) = \frac{1}{2}x^t Q x - b^t x$: