PRÁCTICA 5

1 Probar que las traslaciones en el plano forman un grupo y conservan longitudes. Hallar las ecuaciones.

2 Hallar las ecuaciones de una rotación de ángulo α y centro el punto $(0,0)$. ¿Cómo se modifican esas ecuaciones si el centro es (a,b)?

3 Probar que las simetrías axiales conservan longitudes. Hallar las ecuaciones de la simetría de eje $y = -x$.

4 Probar que el producto de dos simetrías axiales de ejes concurrentes es una rotación.

5 Hallar una afinidad que mande el paralelogramo de vértices: $(1,1)$, $(3,1)$, $(2,2)$ y $(4,2)$ en el cuadrado de vértices: $(0,0)$, $(1,0)$, (0,1) , $(1,1)$.

6 Dado un cuadrado $ABCD$, considerar los triángulos circunscriptos AXY, tales que la recta AX coincide con AB, AY con AD, y X, C, Y están alineados. Probar que el triángulo de menor área es el que tiene el lado XY paralelo a BD. Considerar el mismo problema si $ABCD$ es un paralelogramo.

7 Hallar la afinidad que manda la elipse de semiejes a, b en la circunferencia de radio 1. Deducir cuánto vale el área de la elipse.

8 a) Probar que los triángulos de área máxima inscriptos en una circunferencia son los equiláteros. ¿Cuál es el valor del área?
b) ¿Cuánto vale el área máxima de los triángulos inscriptos en una elipse?

9 Probar que la inversa de una inversión es ella misma

10 Trazar la circunferencia tangente a otras tres que pasan por un mismo punto O.

11 Para cada $c \in \mathbb{R}$ hallar la imagen por una inversión de centro en el origen y radio 1 de la recta $x = c$

12 a) Dada la inversión de centro O, sean A' y B' los inversos de A y B respectivamente. Probar que el ángulo que forma el segmento AB con la recta OA es igual al ángulo que forma $A'B'$ con la recta OB.

b) ¿En qué se transforma un triángulo equilátero por la inversión que define la circunferencia inscripta?