PRÁCTICA 2

1 Dado un segmento AB, definimos la mediatriz como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de A y de B. Probar que:
m es mediatriz de AB $\Leftrightarrow$ m $\perp$ AB y m $\cap$ AB es el punto medio de AB.

2 Dado un ángulo $\angle ABC$, definimos la bisectriz como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los lados del ángulo. Probar que dichos puntos están sobre una recta que divide al ángulo en dos ángulos iguales.

3 Sea ABC un triángulo isóceles con AB=BC.
a) Probar que la bisectriz del ángulo B es mediana para el lado AC.
b)¿Vale el recíproco?
c) ¿Qué relación hay entre la mediatriz del segmento AC y la altura del triángulo correspondiente al lado AC?

4 Dados un punto Q y una circunferencia C, hallar el conjunto de puntos que equidistan de Q y de C.

5 Una recta r gira alrededor del origen. Por el punto $P = (a, b)$ se trazan las perpendiculares a la recta. ¿Cuál es el lugar geométrico de los pies de las perpendiculares?

6 Dado el triángulo rectángulo ABC y un punto M sobre la hipotenusa AB, se traza por M una perpendicular hasta cortar a las rectas que contienen a los catetos. Sea N la intersección de la perpendicular con la recta que contiene al cateto AC y P la intersección con la recta que contiene al cateto BC. Las rectas BN y AP se cortan en un punto Q. Probar que cuando M varía el lugar geométrico que describe el punto Q es una semicircunferencia. Cuál es el centro y cuál es el radio?

7 Dados los puntos $A = (0, 0)$, $B = (4, 0)$ y $C = (12, 0)$, encontrar el lugar geométrico de los puntos M, tale que resultan congruentes los ángulos AMB y BMC. Sugerencia: si son congruentes los ángulos, las tangentes de los mismos coinciden.

8 Dado un segmento fijo AB, se consideran todos los rombos que tienen a AB por lado. Hallar el lugar geomtrico del punto de intersección de las diagonales.

9 Dados los puntos $F_1 = (c; 0)$ y $F_2 = (-c; 0)$:
a) hallar la ecuación del conjunto de puntos tales que la suma de las distancias a los puntos dados es constante y mayor que $2c$. Esta ecuación define la elipse de focos F_1 y F_2.
b) Si escribimos la ecuación en la forma $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ¿qué representan a y b, cómo se relacionan con c ? ¿Y con la constante que representa la suma de las distancias a los focos?
c) La recta que contiene a los focos se llama eje principal, y la perpendicular por el origen, eje menor. ¿Cuál es la ecuación de cada uno de los ejes?
d) Analizar la posición de la elipse si los focos estuvieran en $(0; c)$ y $(0; -c)$.
e) Hallar la ecuación de la elipse encontrada en a) si el centro se desplaza a (x_0, y_0). ¿Cuáles son las coordenadas de los focos?

10 Hallar la ecuación de la elipse centrada en el origen con un foco en $(3; 0)$ y tal que la suma de las distancias es 8.

11 ¿Cuál es la definición de la circunferencia como lugar geométrico? Hallar las ecuaciones de las siguientes circunferencias:
a) Centro $(1; 1)$ y que pasa por el $(5; 5)$.
b) Centro sobre la recta $y = x + 1$ que pasa por los puntos $(1; 3)$ y $(2; 6)$
c) Pasa por los puntos $(3, 0)$, $(0, 0)$ y $(-1, -2)$.

12 Dados los puntos F_1 y F_2, se llama hipérbola de focos F_1 y F_2, al conjunto de puntos tales que el módulo de la diferencia de las distancias a los puntos dados es constante. Hallar la ecuación si $F_1 = (c; 0)$ y $F_2 = (-c; 0)$. ¿Qué condición debe cumplir la constante?

13 Definir la parábola como lugar geométrico y hallar la ecuación de la parábola de foco $(0; -2)$ y directriz $y = 2$.

14 Hallar la ecuación de la parábola de foco $(-2; 0)$ y directriz $x = 2$.

15 a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la segunda circunferencia del ejercicio 11 a) en el punto $(5; 5)$
b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola de foco $(0; 4)$ y directriz $y = -4$, en el punto $(4; 1)$
¿Se puede decir que una recta es tangente a la parábola si la corta en un único punto?