PRÁCTICA 1

1 Analizar la validez del siguiente enunciado: Si dos triángulos tienen un par de lados y un ángulo, respectivamente congruentes, entonces son congruentes.

2 Sea C un cuadrilátero. Probar las siguientes propiedades:
a) C es un paralelogramo $\Leftrightarrow$ C tiene sus lados opuestos respectivamente congruentes.
b) C es un paralelogramo $\Leftrightarrow$ C tiene sus ángulos opuestos respectivamente congruentes.
c) C es un paralelogramo $\Leftrightarrow$ C tiene un par de lados opuestos paralelos y congruentes.
d) C es un paralelogramo $\Leftrightarrow$ las diagonales de C se cortan en el punto medio.

3 Se llama base media de un paralelogramo al segmento que une los puntos medios de un par de lados paralelos. ¿Qué propiedad cumple?

4 Se llama base media de un triángulo al segmento que une los puntos medios de un par de lados. Probar que es paralela al otro lado e igual a su mitad.

5 Definir rectángulo y rombo. ¿Qué propiedad caracteriza a las diagonales de cada uno?

6 ¿Qué es un trapecio? Enunciar y demostrar la propiedad que cumple la base media.

7 En una circunferencia, un ángulo que tiene su vértice sobre la circunferencia y sus lados secantes a la misma, se dice <u>inscripto</u> en la circunferencia. Si tiene su vértice sobre la circunferencia , un lado secante y el otro tangente, se dice <u>semi-inscripto</u>.

a) Definir en cada caso el ángulo central correspondiente.
b) Demostrar que el ángulo inscripto es igual a la mitad de ángulo central correspondiente, analizando los siguientes casos:
i) uno de los lados del ángulo incripto contiene al diámetro de la circunferencia.
ii) los dos lados del ángulo inscripto cortan a la circunferencia en puntos de la misma semi-circunferencia que determina el diámetro que pasa por el vértice del ángulo inscripto.
iii) los dos lados del ángulo inscripto cortan a la circunferencia en puntos de distinta semi- circunferencia de las que determina el diámetro que pasa por el vértice del ángulo inscripto.
c) ¿Vale la misma propiedad para el ángulo semi-inscripto?

8 Definir triángulos semejantes y enunciar los criterios de semejanza.

9 a) Sea ABC un triángulo rectángulo, recto en A, AH la altura correspondiente. Mostrar que los triángulos que resultan son semejantes al ABC.¿Qué relaciones se pueden plantear entre sus lados?
b) Enunciar y demostrar el teorema de Pitgoras.
c) ¿Cómo se puede usar el teorema para trazar ángulos rectos?

10 Enunciar los teoremas del seno y del coseno.

11 Encontrar el error en la siguiente demostración: Todos los triángulos son isósceles.

Sea ABC un triángulo cualquiera, Construimos la bisectriz del ángulo C y la mediatriz del lado AB. Analizamos los casos:

Caso 1: La bisectriz y la mediatriz no se cortan. Entonces son paralelas (o coincidentes). Luego la bisectriz es perpendicular al lado AC, y coincide con la altura, entonces el triángulo es isósceles.

Caso 2: La bisectriz y la mediatriz se cortan sobre AB. Entonces la bisectriz es mediana, y el triángulo es isósceles.

Caso 3: La bisectriz y la mediatriz se cortan en el interior del triángulo. Sea N el punto de intersección, se trazan NM, NP y NQ perpendiculares a los lados AB, CB y AC respectivamente. Como N está sobre la bisectriz $NP = NQ$ y como N está sobre la mediatriz $NB = NA$. Luego son congruentes los triángulos $NPB = NQA$. En particular, son congruentes los ángulos $NBP = NAQ$
Además, por ser ANB isóceles, son congruentes los ángulos $BAN = NBA$
Luego son congruentes los ángulos $CAB = ABC$, por lo tanto el triángulo ABC es isóceles.

Caso 4: La bisectriz y la mediatriz se cortan en el exterior del triángulo, pero las perpendiculares desde N a los lados cortan en los lados. Es como en el caso anterior, pero restando ángulos en lugar de sumar.

Caso 5: La bisectriz y la mediatriz se cortan en el exterior del triángulo, pero las perpendiculares desde N a los lados cortan en las prolongaciones de los lados. Es como en los casos anteriores, pero obteniendo la igualdad de los ángulos exteriores.