

1	2	3	4	Nota

Apellido y Nombre:

LU N°

Estadística (Químicos)
Primer Parcial –Primer Cuatrimestre 2010
Tema 1

Puntaje y criterio de aprobación: El puntaje figura al lado de cada ejercicio. Para aprobar es necesario obtener al menos 60 puntos.

Para todos los ejercicios, defina (en palabras) cuando corresponda las variables aleatorias involucradas y **justifique** sus afirmaciones.

Ejercicio 1 (15 puntos)

Una urna contiene 5 bolitas rojas, 2 blancas y 3 verdes. Se extrae una bolita al azar, se observa el color y se cambia la composición de la urna de la siguiente manera: se agregan a la urna además de la bolita extraída, 3 bolitas del mismo color al elegido y se sacan 2 bolitas, una de cada uno de los colores no elegidos.

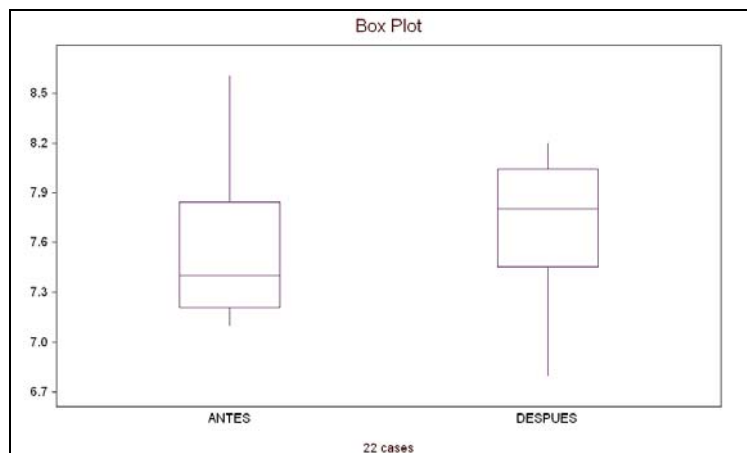
Se extrae una segunda bolita al azar. Calcular la probabilidad de:

- a) que la segunda bolita sea verde sabiendo que la primera fue blanca.
- b) obtener una bolita blanca en la primera extracción y una verde en la segunda.
- c) que las dos bolitas extraídas sean verdes.
- d) que la segunda bolita extraída sea verde.

Ejercicio 2 (25 puntos)

En un estudio sobre la utilización de vitamina B₁₂ para ciertos casos de anemia, los pacientes recibieron 30 g de vitamina B₁₂ durante las dos semanas que duro el tratamiento. En cada uno de los 11 pacientes que participaron del estudio se midió la concentración de hemoglobina (CHd), en g/dL, antes y después de recibir el tratamiento.

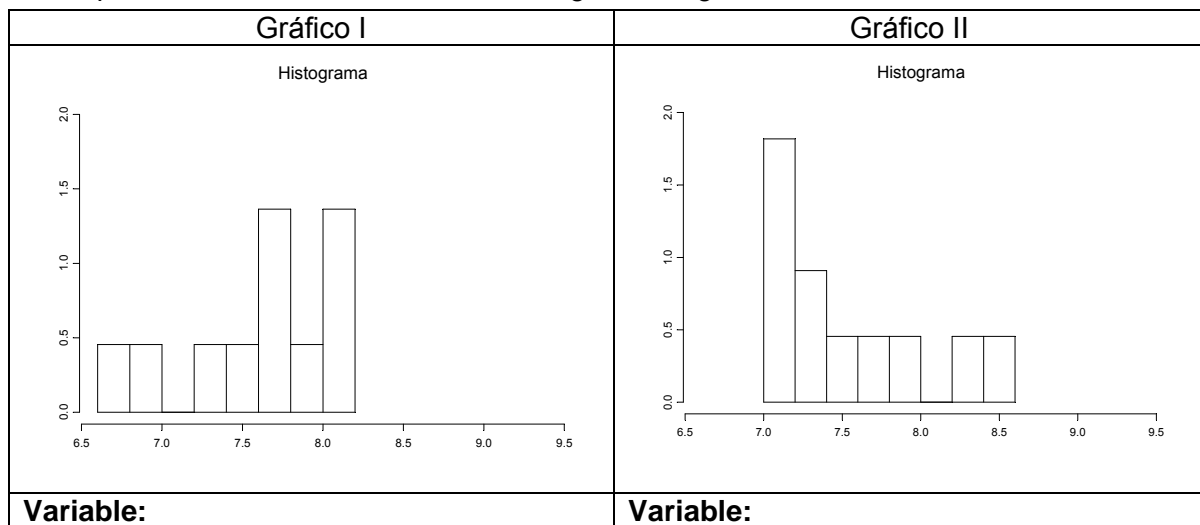
A continuación se presentan los gráficos de caja correspondientes a las mediciones ANTES y DESPUES del tratamiento con vitamina B12.



a) Responda a partir de la información del gráfico:

- a.1 Aproximadamente 75% de las mediciones de hemoglobina ANTES son menores que _____.
- a.2 El percentil 50% de las observaciones DESPUÉS es
 aproximadamente igual al percentil 25% de las observaciones ANTES
 aproximadamente igual al percentil 75% de las observaciones ANTES
 menor que el percentil 50% de las observaciones ANTES
 ninguna de las anteriores es correcta
- a.3 Una medida NO adecuada para medir la variabilidad de los datos ANTES es _____.

- b) Describa en palabras el efecto de la vitamina B12 en estos pacientes.
- c) A partir del gráfico anterior decida cuál de las variables (ANTES o DESPUES) fue representada en cada uno de los histogramas siguientes:



- d) Con la información disponible elija una palabra para describir la distribución de las observaciones de cada grupo:
 ANTES asimétrico a derecha asimétrico a izquierda simétrico
 DESPUES asimétrico a derecha asimétrico a izquierda simétrico
- e) Dada la información del diagrama de tallo-hoja de la variable DESPUES:

```
STEM AND LEAF PLOT OF DESPUES
LEAF DIGIT UNIT = 0.1
6 8 REPRESENTS 6.8
MINIMUM 6.8000
MAXIMUM 8.2000
```

```
STEM LEAVES
2 6 89
2 7
2 7
4 7 45
5 7 7
(3) 7 889
3 8
3 8 222
```

11 CASES INCLUDED 0 MISSING CASES

Completar la tabla

Media	1º Cuartil	Mediana	3º Cuartil
-------	------------	---------	------------

--	--	--	--

- f) Sea $(Y_{\text{ANTES}}, Y_{\text{DESPUES}})$ un vector que indica para un paciente con este tipo de anemia el nivel de hemoglobina antes de recibir vitamina B12 y después de recibir vitamina B12 por 2 semanas. Suponga que se conocen las varianzas poblacionales $\sigma_{\text{ANTES}}^2 = \text{Var}(Y_{\text{ANTES}})$ y $\sigma_{\text{DESPUES}}^2 = \text{Var}(Y_{\text{DESPUES}})$.

Definimos $D = Y_{\text{DESPUES}} - Y_{\text{ANTES}}$. Interesa calcular

$$\text{Var}(D) = \text{Var}(Y_{\text{DESPUES}} - Y_{\text{ANTES}})$$

Indique cual es la respuesta correcta:

i) $\text{Var}(D) = \sigma_{\text{DESPUES}}^2 - \sigma_{\text{ANTES}}^2$

ii) $\text{Var}(D) = \sigma_{\text{DESPUES}}^2 + \sigma_{\text{ANTES}}^2$

iii) Otra (completar) _____

Ejercicio 3 (40 puntos)

- a) Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} x + a & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ bx & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Hallar el valor de las constantes a y b sabiendo que la función de distribución

cumple: $F\left(\frac{3}{2}\right) - F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$.

- b) Sean X_1 y X_2 variables aleatorias, siendo $X_2 = 5/4 - 2/3 X_1$. Hallar $\text{Var}(X_1)$, sabiendo que $\text{Var}(X_1 + X_2) = 4/9$.
- c) Sea $U \sim \text{Bin}(n = 5; p = 0.7)$ y $V \sim \text{Bin}(n = 15; p = 0.7)$ variables aleatorias independientes. Calcule $P(U + V > 15)$.
- d) Sea T una variable aleatoria con imagen o rango $I_T = \{0, 1, 2\}$ con $p(0) = 0.15$, $p(1) = 0.35$. Sea $W = T^2 - 2T$. Hallar $E(W)$.

Ejercicio 4 (20 puntos)

Cierto cultivo requiere de irrigación permanente por lo que se ha instalado un sistema de riego que debe funcionar de manera continua. El sistema depende de ciertos componentes electrónicos que pueden fallar por lo que se lo ha diseñado de manera que si un componente electrónico falla, inmediatamente otro comience a funcionar en reemplazo. Suponga que los componentes electrónicos funcionan de manera independiente y que la duración de cualquiera de estos componentes sigue una distribución con media $\mu = 50$ horas y desviación estándar $\sigma = 4$ horas.

- a) Si el sistema posee 40 componentes, calcule la probabilidad aproximada de que el cultivo permanezca irrigado después de 85 días de haber comenzado a funcionar.
- b) ¿Cuántos componentes será necesario conectar para que el cultivo permanezca irrigado más de 90 días con probabilidad superior a 0.99?
- c) Indique en qué resultados teóricos se basó para hacer los cálculos anteriores.