CONCURSO DE AYUDANTE DE 2DA — Prueba de oposición
DM, FCEyN-UBA — 20 de octubre de 2021

1. Sea $\mathcal{C}$ la curva en el plano xz dada en polares por:

$$r(\theta) = \frac{4\sqrt{3}}{9}\left(2 - \cos(2\theta)\right), \quad \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6},$$

donde θ es el ángulo que forma el radio vector con el semieje positivo de las z.

Sea S la superficie que se obtiene por revolución de esta curva alrededor del eje z.

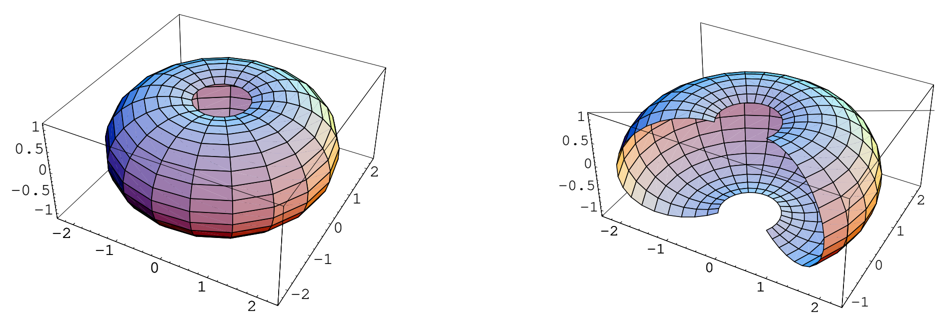

Figura 1: La superficie S

En el primer dibujo se muestra la superficie S; en el segundo se realizó un corte de la misma para que se aprecie mejor su forma.

Calcular el flujo a través de S en el sentido "externo" del campo

$$\mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = (\mathbf{x},\mathbf{y},-\mathbf{2z}).$$

2. Sea $k \in \mathbb{R}$ y sean Π_1 y Π_2 los planos en $\mathbb{R}^3$ definidos por

$$\Pi_1 = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x_1 - x_2 + 2x_3 = k\} \quad \text{y} \quad \Pi_2 = \langle (1,0,1),(0,1,2)\rangle + (1,-1,1).$$

Determinar k para que exista una simetría $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $f(\Pi_1) = \Pi_2$.

Para ese valor de k hallar dicha simetría y calcular $f(\Pi_2)$.