



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Matemática

Tesis de Licenciatura
PROSODIA Y MÚSICA

Irina Moldavsky

Director: Pablo Amster
Codirector: Bruno Mesz

6 de Diciembre 2016

Resumen. La matemática aplicada sirve para modelizar problemas de la vida real y cotidiana y, a partir de una hipótesis, añadir o no evidencia al respecto. En este trabajo se utilizan herramientas matemáticas para relacionar dos grandes campos del conocimiento, la lingüística y la música. Durante mucho tiempo, lingüistas y musicólogos sugirieron que la prosodia del idioma nativo de una cultura se refleja en el ritmo y melodía de su música instrumental. A partir de un trabajo acerca del habla y la música de Inglaterra y Francia se comenzó a hallar evidencia de lo anterior a través de nuevos procedimientos cuantitativos. Dichos métodos utilizados son apropiados para estudiar relaciones en un amplio rango de culturas. Mediante nuevas bases de datos, programación y análisis de resultados, se compara el habla castellana y el tango de nuestro país, con el fin de probar la hipótesis original en el caso de la Argentina.

Agradecimientos

♥ Les agradezco a mis directores Pablo y Bruno por darme la oportunidad de hacer un trabajo relacionado con la música. Por la paciencia y el acompañamiento desde que comenzamos hasta estos días.

♥ Gracias a mis familiares y amigos por el apoyo y el acompañamiento en todo este tiempo. A papá y mamá, por el apoyo y el impulso a estudiar lo que más me gustaba. Por bancarme todos estos años que se hicieron largos. Les dedico a ustedes esta conclusión. Gracias a la tía en especial que me ayudó con la primera parte sobre las lenguas.

♥ A mis compañeros y amigos. Desde juntarse un ratito en el comedor a tratar de hacer la práctica, pasando por estar toda la noche luchando con los ejercicios o los fines de semana encerrados estudiando. Que me presten las carpetas completas con linda letra y compartan los apuntes listos con lo que había que saber para los finales. Ahora que se terminó se nota cómo cada paso fue importante y estoy super agradecida por eso. Aparte de que los quiero, Lu, Herni, Santi, Anita, Flor, Pau, Romi, Gise, Patri, Lu Salva, Mariu, Lucho, Agus, Carito y Jose, me quedo con un montón de recuerdos como los viajes a Córdoba y a Bahía Blanca. Gracias a los que acompañaban con mate las cursadas y compartiendo galletitas en los intervalos. Para cuando terminé de cursar no quería dejar de ir a la facu y extrañé mucho. Para los que todavía les falta un pasito no abandonen. Gracias Flor por la ayuda con Latex.

♥ ♥ Gracias a Jose, que sos el amor de mi vida. Gracias facu por dejarme conocerte.

Y esto ya no es un agradecimiento, sino un deseo de que la facultad se abra un poco más a los problemas reales que existen en el país y que pueden necesitar soluciones matemáticas. Que elegí aplicada y me hubiera gustado encontrar muchas más materias de esta orientación con problemas de la vida misma, un poco como la experiencia del Tami.

Índice general

1. Preliminares	1
1.1. Lingüística	2
1.2. Música	6
1.3. Estadística	12
1.3.1. Medidas	12
1.3.2. Test de hipótesis	15
1.3.3. Método de Montecarlo	17
2. Estudio sobre la prosodia y la música	19
2.1. Introducción	19
2.1.1. Backround rítmico	20
2.1.2. Backround melódico	21
2.2. Métodos y análisis	22
2.2.1. Rítmico	23
2.2.2. Melódico	24
2.3. Resultados rítmicos y melódicos	24
2.4. Conclusiones	28
3. Aplicación al idioma castellano y al tango	29
3.1. Bases de datos y herramientas	30
3.2. Resultados	47
3.2.1. Ritmo	47
3.2.2. Melodía	51
3.2.3. Tests	53
3.3. Conclusiones y trabajo a futuro	57

Introducción

Este estudio trata de dos aspectos comunes de la vida, el habla y la música. El habla, que es la instancia de concretización de la lengua o idioma, se desarrolla de manera individual. La música es parte de la cultura de un país y tiene muchas cualidades, una de las cuales es que conlleva varios conceptos matemáticos en su construcción: desde las definiciones de las figuras y los compases, hasta las frecuencias de las notas y la formación de escalas, por dar algunos ejemplos.

La tesis está organizada de la siguiente manera. En el primer capítulo se hace una pequeña introducción sobre estos dos aspectos y también se presentan las medidas utilizadas, tanto de variabilidad como centrales, para comparar y relacionar. Entre ellas se encuentra el nPVI (la sigla viene del inglés *normalized pairwise variability index*), una medida o índice que desde que se creó, enriqueció el análisis de idiomas. También se explica el test no paramétrico empleado en este contexto. En resumen, se exponen los conceptos de lingüística, música y estadística necesarios, y a los que se alude más tarde en el análisis.

En el Capítulo 2 se refiere a un estudio hecho en el 2005 respecto de los idiomas inglés y francés. Fue realizado en un Instituto de Neurociencias de California por los autores Aniruddh D. Patel, John R. Iversen y Jason C. Rosenberg [1]. Tanto el habla como la música tienen una cualidad sonora y es a partir de esa cualidad que se relaciona al habla de cada país, Inglaterra y Francia, con su música instrumental. Este análisis del sonido comprende una parte rítmica y otra melódica, ambas dos presentes, en general, en cualquier obra musical.

Por último, en el Capítulo 3, se presenta el mismo estudio aplicado a la Argentina. Se incorpora en el análisis al castellano como nueva lengua, aparte de las europeas ya mencionadas, y se toma un género propio de nuestro país como lo es el tango, aparecido a finales del 1800. El tango es un valor muy importante dentro de nuestra cultura y en este sentido vale la pena mencionar a Carlos Gardel, nacido en Francia para esa misma época. Viviendo desde muy pequeño en Buenos Aires fue un claro exponente de este popular género musical originalmente en compás de 2x4. Presentándose como cantante y también como compositor, fue un reconocido intérprete que se convirtió en un fenómeno internacional. De manera que el tango, que ya desde ese entonces no sólo era ejecutado y escuchado, sino que además era una danza que aún hoy se sigue bailando, en el presente existen incluso clases en varios países del mundo para aprender a dominar este baile. Gracias a algunas grabaciones realizadas utilizaremos su voz como parte de este estudio. Analizando el ritmo y la melodía del tango y en el caso de este trabajo, analizando a nuestra lengua rioplatense, el castellano, se desarrolla el análisis siguiendo los mismos métodos presentados en el trabajo del Capítulo 2. Se empleó Matlab para trabajar con los

archivos de audio, así como también para el cálculo de las medidas abordadas en los análisis (rítmico y melódico). Se muestran los resultados obtenidos a partir de las bases utilizadas y como consecuencia de la programación y, finalmente, arribamos a las conclusiones del estudio.

Capítulo 1

Preliminares

Existen dos ejes fundamentales en este estudio: la lingüística y la música.

Respecto del primero, hablaremos fundamentalmente del idioma o lengua nativa, aprendida desde el comienzo de la vida de una persona. Desde ese primer contacto hasta la madurez, se instala una manera de relacionarse. Es el principal medio de expresión y comunicación de un individuo que habita en un determinado contexto social y cultural. Constituye parte de su riqueza, siendo también un patrimonio de la humanidad creado para expresar sentimientos, pensar, ordenar la realidad y guardar información. Sirve como medio para poder establecer vínculos ya sea en el ámbito familiar como para actuar y participar en sociedad.

Las lenguas son, en definitiva, productos culturales y sociales anclados en la historia de los pueblos, en sus relaciones y en sus conflictos, portadores de expresiones únicas de sabiduría y de belleza, de formas originales de describir, ordenar y entender la realidad social y natural. Resultan de la vida de los pueblos y fueron desarrolladas para su comunicación y su memoria.

Como parte de la expresión cultural propia de los pueblos, se desarrolla su música. Esta se relaciona, no tanto, con una necesidad básica como es la comunicación, sino con lo artístico, ocioso y recreativo. Este aspecto no parece tan fundamental pero aparece de todas maneras casi sin excepción en la totalidad de las civilizaciones o comunidades. Se manifiesta desde la antigüedad en las culturas al momento de realizarse ritos, celebraciones, festejos u actos en general, tanto públicos u oficiales como también privados o íntimos.

Finalmente, se sentarán las bases del contenido estadístico del análisis que nos va a permitir poder relacionar estos ejes.

1.1. Lingüística

La visualización que sigue (Figura 1.1) muestra algunas de las maneras que existen para referirse a la forma de expresión de un grupo de personas con algo en común como puede ser la nación, la geografía, el origen, o, más generalmente, la historia.



Figura 1.1
Nube de sinónimos de la palabra *lengua*.¹

Y así lo confirman las acepciones de la palabra *lengua* que se encuentran en el diccionario de español María Moliner:

lengua (del lat. “lingua”) **1** Conjunto de formas de expresión que emplea para hablar cada nación. Se aplica con preferencia a “idioma” cuando se trata de pueblos antiguos o la palabra comporta un matiz afectivo: “Lengua hebrea”. **2** Idioma. Modo peculiar de hablar de cierto sector de personas dentro de la misma nación: “La lengua de la gente de mar”. **3** Ling. Sistema lingüístico que sirve de vehículo de comunicación a una comunidad, por oposición a “habla”, que es la realización concreta de ese sistema.

La lingüística es la ciencia que tiene al lenguaje como objeto de estudio. Existen varias ramas dentro de ésta como la sintaxis, la gramática, la fonología y la lingüística aplicada. Teniendo en cuenta el mundo entero, el total de idiomas se acerca a 6.000. Es una cantidad importante pero no se encuentra distribuido homogéneamente. El 96 % de ellos lo habla diariamente menos de 300.000 personas, lo cual obviamente es

¹Many Eyes

muy poco comparado con el total de habitantes del planeta: 7.000 millones. Aunque lo más común es que la transmisión de las lenguas que manejan estos miles de millones de habitantes se realice tanto por vía escrita como oral, a veces se da únicamente por una de las dos.

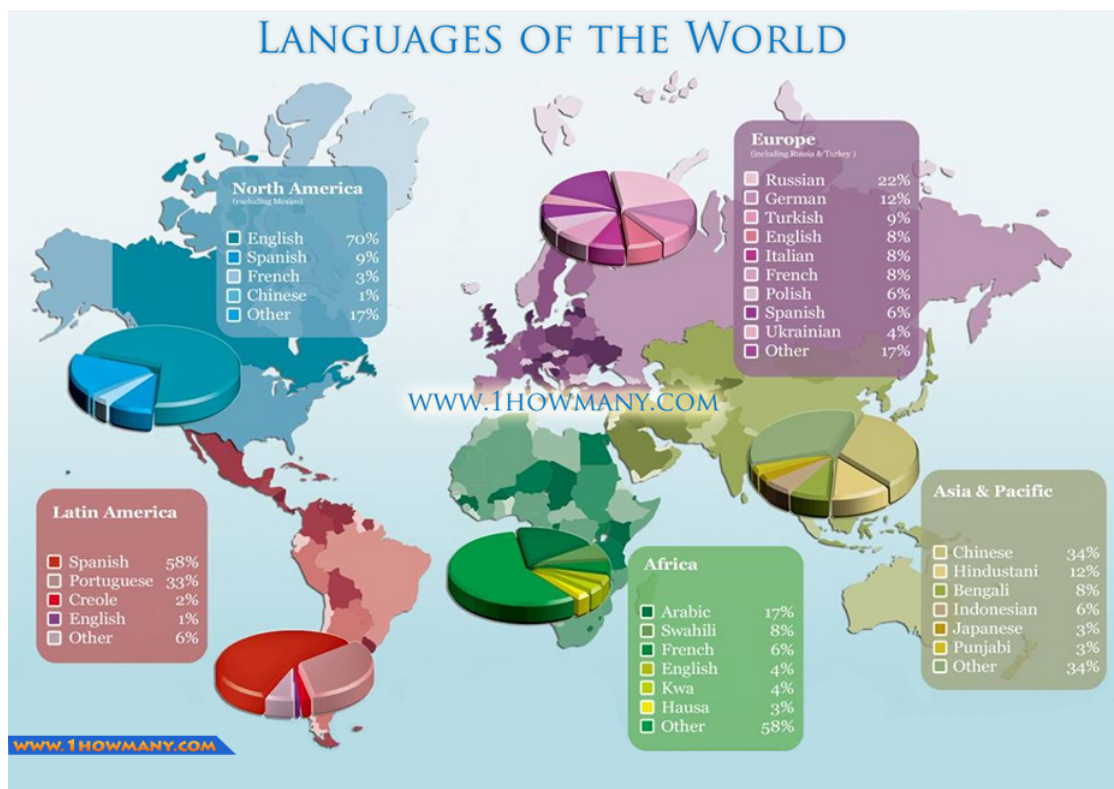


Figura 1.2

Distribución de las lenguas habladas en cada uno de los cinco continentes.²

Así es como una lengua a menudo está asociada con un país o nación como dice la definición, cuyos límites son claros, y a veces lo está con una civilización, una cultura o genealogía, con límites no tan claros. A veces, también, existe más de un idioma oficial por país, como sucede en Canadá, Bélgica, Suiza o España, o muchas variantes del mismo (variedades, argot, dialectos o regionalismos). Las cualidades del caso de las variedades de una lengua tienen que ver con compartir un origen en común y con distinciones, que aunque claras, no constituyen una diferencia suficientemente marcada con respecto a los lenguajes cercanos geográficamente como para conformar una lengua distinta o nueva. Esa sería la definición de variedad. Hay diferencias pero no las suficientes como para considerarlo un idioma distinto.

Un ejemplo en el que se da lo contrario es el español, donde en lugar de que existan muchas lenguas por país, a la inversa, existen muchos países con la misma lengua, aunque con variedades. Entre España y Latinoamérica existen 325 millones

²<http://1howmany.com/how-many-languages-in-the-world>

de habitantes hispano hablantes siendo la segunda lengua más hablada en el mundo como lengua materna y conservando mucha vitalidad. Haciendo una clasificación por continentes, según muestra la Figura 1.2, al español lo habla el 6 % de Europa, el 58 % de Latinoamérica y el 9 % de Norteamérica.

El lenguaje español, al igual que el francés, pertenece al conjunto de lenguas romances o románicas que derivan del latín vulgar, idioma que se hablaba en el antiguo Imperio Romano (de ahí su denominación) y que supo constituir una gran familia lingüística. Debido al poder político que la región de Castilla, en España, desarrolla bajo el reinado de los Reyes Católicos, Isabel de Castilla y Fernando de Aragón, el dialecto castellano se impone en el resto de España como lengua nacional. A lo largo del tiempo, el español recibió otras lenguas de influencia como, por ejemplo, el árabe. De todos modos, existen muchos dialectos o variedades del español actualmente en España. Con la colonización de América, la lengua se expandió hacia nuestro continente y es así como en todo Latinoamérica existen hoy en día numerosísimas variedades de español, que es lengua oficial en la mayoría de los países latinoamericanos. Debido a los movimientos migratorios hay también muchos hispanohablantes en los Estados Unidos, país que tiene como lengua oficial el inglés. Hoy en día español y castellano se pueden utilizar como sinónimos.

A diferencia del español, el inglés es de origen germánico. En Inglaterra, cerca del 500 D.C., se hablaba un idioma de origen celta cuando llegaron tribus invasoras provenientes del norte de Alemania, cada una con su propia lengua. Dado que la lengua de los anglos era el Englisc, de ahí derivó el nombre del idioma inglés y de Inglaterra. En ese entonces, se terminó conformando lo que ahora se llama el inglés antiguo. Más adelante, la lengua recibió otras varias influencias por conquistas, hasta constituirse lo que se ha dado en llamar inglés británico. La posterior colonización en Norteamérica resultó en una nueva variedad del inglés que se dio en llamar el inglés americano (una de las tantas variedades de esta lengua).

Según la Real Academia Española, la definición de «prosodia» es:

(del lat. **Prosodia**) **1** f. Parte de la gramática que enseña la recta pronunciación y acentuación. **2** f. Estudio de los rasgos fónicos que afectan a la métrica, especialmente de los acentos y de la cantidad. **3** f. Parte de la fonología dedicada al estudio de los rasgos fónicos que afectan a unidades inferiores al fonema, como las moras, o superiores a él, como las sílabas u otras secuencias de la palabra u oración. **4** f. Métrica.

Es decir, la prosodia toma en cuenta al lenguaje oral. Se trata de todo el aspecto sonoro del lenguaje. Más allá de las palabras y su significado, la prosodia tiene que ver con las acentuaciones, pausas, intensidades y entonaciones que se dan en el habla y que también ayudan a la comprensión del mensaje. Mientras que el lenguaje aporta reglas generales, el habla es una cuestión individual.

Hoy en día el inglés americano es particularmente influyente en el resto del mundo debido a la dominancia que tiene Estados Unidos en el cine, la televisión, la música, la tecnología e internet. Pero existen otras variedades del inglés alrededor del globo como por ejemplo, el inglés australiano, el que se habla en Canadá, Nueva Zelanda, Sudáfrica o el Caribe. En el caso del castellano o español, cada país de Latinoamérica tiene su propia variedad y, por lo tanto, sonoridad; lo mismo ocurre al interior de cada país, hay regiones que tienen su prosodia propia, como el cordobés o el acento mendocino. Por lo tanto la prosodia tiene un carácter regional importante.

En el campo de la prosodia, la descripción tradicional del ritmo de las lenguas se divide en: compás silábico, compás acentual y compás mora. El primero tiene como unidad la sílaba, que es en general sencilla, y el tiempo que dura una oración depende fuertemente de la cantidad que sílabas que contenga. En una lengua con compás acentual existe una isocronía respecto de la acentuación. El intervalo de tiempo que separa a las acentuaciones del habla es prácticamente el mismo. Esto conlleva variaciones en la duración de las sílabas dependiendo del contexto de la palabra, que se traducen tanto en compresiones como dilataciones.

Ejemplos de lenguas de compás acentual son el inglés, el holandés, o más generalmente las lenguas germánicas. En general, los casos de lenguas de compás silábico son lenguas romances o hermanas (ya que todas derivan del latín) como el español, el portugués, el francés o el italiano. En el tercer grupo de lenguas, las de compás de mora, la duración de una sub-unidad de la sílaba se mantiene constante. El japonés pertenece a este último grupo.

El inglés y las lenguas de compás acentual, comparten tipos silábicos muy complejos con gran cantidad de consonantes cada uno. En el caso del grupo de lenguas a la que pertenece el castellano, las sílabas tienen mayor simpleza. Con esto queremos decir que estas diferencias entre los idiomas son relevantes para estudiar la rítmica de cada lengua.

El ritmo de un idioma, además de captar y mantener la atención del oyente, proporciona pistas para la segmentación y comprensión del mensaje que se quiere transmitir. El discurso, por lo tanto, estará formado por aquello que se dice y por cómo se lo dice, teniendo en cuenta también los gestos, la postura corporal y por supuesto, la prosodia.

1.2. Música

Esta sección abarcará una pequeña introducción sobre las nociones de música con las que trabajaremos, entre las que se encuentran las características del sonido, la teoría musical y la notación musical.

La música que percibimos está formada por sonidos que llegan a través del aire a nuestros oídos por medio de ondas. Las cualidades más importantes del sonido son: altura, intensidad, duración y timbre.

La **altura** tiene que ver con la percepción del sonido en cuanto a grave o agudo, y puede medirse a través de la frecuencia de las ondas en el aire. El oído humano percibe usualmente frecuencias entre 20 y 20.000 Hz que representan la cantidad de oscilaciones por segundo. Cuanto mayor es la frecuencia, más agudo es el sonido.

La **intensidad** de un sonido es directamente proporcional a la amplitud de la onda. A mayor amplitud, mayor volumen.

Otro de los aspectos es su **duración**, medida en intervalos de tiempo. Existe un momento en el que comienza a emitirse el sonido, y otro momento de finalización. Ambos dos definen la longitud temporal del sonido.

El **timbre** es la característica que permite distinguir a los sonidos entre sí cuando las otras tres cualidades anteriores (altura, intensidad y duración) son iguales. Es decir, la propiedad que nos permite distinguir si lo que escuchamos es el sonido de una guitarra, una trompeta, o algún otro instrumento. Esto mismo también se aplica a las voces o a cualquier otro emisor.

Así como cada nación tiene su idioma oficial que les permite a los habitantes relacionarse y facilita la comunicación y el intercambio entre ellos, la música tiene su propio lenguaje, el cual comparte los mismos objetivos. Consiste, entre otros elementos, de reglas y definiciones y de la notación musical.

Cuando un compositor compone una pieza musical, generalmente ésta consta de finitas notas. Cada una de las cuales tiene una determinada característica de las nombradas anteriormente (frecuencia, duración, etc.). Al traducir el sonido a un papel, el tema musical se vuelca en un **pentagrama** que contiene simbología propia y universal y forma parte de las partituras musicales. Los músicos utilizan estas partituras para la transmisión y ejecución de sus obras.

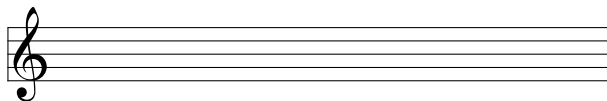


Figura 1.3: Pentagrama

La sucesión finita de notas de la que consta un tema se escribe en el pentagrama donde se representa la altura y duración de cada una de ellas en orden de ejecución y de izquierda a derecha. El pentagrama consta de 5 líneas que contienen 4 espacios (ver Figura 1.3).

Las **figuras musicales** son parte de los símbolos del pentagrama y cada una representa un intervalo de tiempo distinto. El Cuadro 1.1 muestra para cada figura su duración relativa a la de la negra, cuya duración es arbitraria.

Nombre	Figura	Tiempo
Redonda		4
Blanca		2
Negra		1
Corchea		1/2
Semicorchea		1/4
Fusa		1/8
Semifusa		1/16

Cuadro 1.1: Tiempo de duración de las figuras musicales.

El eje vertical del pentagrama representa las frecuencias (o alturas) de las notas cuyos nombres (ordenados de grave a agudo) son:

DO, RE, MI, FA, SOL, LA, SI

Agregando las alteraciones (bemoles y sostenidos) suman doce y la denominación luego se vuelve a repetir ya que es cíclica. De manera que desde un DO para llegar al siguiente de igual denominación existen 12 notas y a esta distancia se le llama **octava**.

De todo el rango de frecuencias audibles mencionado (entre 20 y 20.000 Hz) que es no numerable, si se identifica a cada nota con una frecuencia particular en Hz, se da lugar a un conjunto finito de frecuencias lo cual constituye un sistema de afinación.

El Cuadro 1.2 que sigue muestra la representación de las notas junto con sus frecuencias comenzando por la nota DO. La representación de las notas podría seguir a la izquierda con índices negativos y a la derecha con índices positivos.

Notas ³	DO	□	RE	□	MI	FA	□	SOL	□	LA	□	SI	DO
Frecuencia	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}

Cuadro 1.2: Notas de una octava y sus frecuencias

La estructura de las frecuencias de las notas se mantiene constante en cada octava y se da de la siguiente manera:

- Dadas dos notas a una distancia de una octava, la frecuencia de la nota más aguda duplica a la de la otra.

Por ejemplo para este caso, entre las notas DO sucede que

$$\frac{f_{12}}{f_0} = 2$$

Y esto ocurre para toda nota o frecuencia, es decir,

$$\frac{f_{i+12}}{f_i} = 2 \quad \forall i$$

- La relación entre las frecuencias de notas consecutivas se mantiene constante:

$$\frac{f_{i+1}}{f_i} = 2^{\frac{1}{12}} \quad \forall i$$

Si descomponemos a la razón de dos notas que difieren en una octava en productos de razones de notas consecutivas:

$$\begin{aligned}
 \frac{f_{i+12}}{f_i} &= \frac{f_{i+12}}{f_{i+11}} \cdot \frac{f_{i+11}}{f_{i+10}} \cdot \frac{f_{i+10}}{f_{i+9}} \cdot \frac{f_{i+9}}{f_{i+8}} \cdot \frac{f_{i+8}}{f_{i+7}} \cdot \frac{f_{i+7}}{f_{i+6}} \cdot \frac{f_{i+6}}{f_{i+5}} \cdot \frac{f_{i+5}}{f_{i+4}} \cdot \frac{f_{i+4}}{f_{i+3}} \cdot \frac{f_{i+3}}{f_{i+2}} \cdot \frac{f_{i+2}}{f_{i+1}} \cdot \frac{f_{i+1}}{f_i} \\
 &= 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \\
 &= \left(2^{\frac{1}{12}}\right)^{12} \\
 &= 2^{\frac{12}{12}} = 2^1 = 2
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow f_{i+12} = 2 \cdot f_i$$

³□: notas con alteraciones

vemos que se cumple lo anterior.

Y para cualquier otro intervalo:

$$\begin{aligned}
 \frac{f_{i+k}}{f_i} &= \frac{f_{i+k}}{f_{i+k-1}} \cdot \frac{f_{i+k-1}}{f_{i+k-2}} \cdots \frac{f_{i+3}}{f_{i+2}} \cdot \frac{f_{i+2}}{f_{i+1}} \cdot \frac{f_{i+1}}{f_i} \\
 &= 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdots 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{12}} \\
 &= \left(2^{\frac{1}{12}}\right)^k \\
 &= 2^{\frac{k}{12}} \\
 \Leftrightarrow f_{i+k} &= 2^{\frac{k}{12}} \cdot f_i
 \end{aligned}$$

Es decir, la razón entre frecuencias de notas consecutivas es de

$$2^{\frac{1}{12}} \simeq 1,05946309436.$$

Cuando esto se da, a la diferencia entre las notas se la llama **semitono**, concepto que se utiliza como medida. Dos semitonos forman un tono y vale que

$$1 \text{ octava} = 12 \text{ semitonos} = 6 \text{ tonos}$$

Si dos notas difieren en k semitonos, sus frecuencias cumplen esta relación:

$$f_{i+k} = 2^{\frac{k}{12}} \cdot f_i \quad \Leftrightarrow \quad f_{i+k} = \left(2^{\frac{1}{12}}\right)^k \cdot f_i \quad (1.1)$$

En el siglo pasado se estandarizó que la nota LA se afine con una frecuencia de 440 Hz, y con las propiedades mencionadas anteriormente ya quedan determinadas todas las otras frecuencias de notas.

Los **intervalos musicales** son las distancias que existen entre dos notas cualesquiera y se pueden calcular según la razón de sus frecuencias. Existen varios intervalos en este sentido, entre ellos de quinta, tercera, o también de octava como vimos anteriormente.

Otra manera de referirse a una nota puede ser a partir de la distancia en semitonos que la separa de la nota LA afinada en 440 Hz (en números enteros), y de esta manera se puede identificar unívocamente a cualquier frecuencia.

La clave, que se coloca al comienzo del pentagrama, es otro de los símbolos y da cuenta de la frecuencia de las notas en el pentagrama. En el caso de la clave de sol, indica que la segunda línea comenzando desde abajo, que es donde se apoya esta clave, representa al SOL anterior al LA de 440 Hz de frecuencia.

El trabajo se compone de dos partes: la parte rítmica y la parte melódica. A continuación, mostramos entonces las definiciones de «ritmo» y «melodía» de la Enciclopedia Británica [14] [15] en cuanto a sus acepciones en la música. Como el ritmo puede existir sin melodía, pero la melodía no puede existir sin ritmo, definimos este último primero.

Ritmo. En el sentido más general, el ritmo (del griego *rhythmos*, derivado de *rhein*, fluir) es una alternancia ordenada de elementos contrastantes. La noción de ritmo también ocurre en otras artes (como ser la poesía, la pintura, la escultura y la arquitectura) así como en la naturaleza (por ejemplo, en los ritmos biológicos).

Muchos intentos por definir ritmo en la música han producido varios desacuerdos, en parte porque el ritmo usualmente se identifica con uno o más de sus componentes que no son del todo identificables por separado como ser el acento, la métrica y el tiempo. Las opiniones difieren enormemente así como en el verso y la métrica, temas muy relacionados al menos entre poetas y lingüistas, en la naturaleza y movimiento del ritmo. Las teorías que requieren de la periodicidad como una condición necesaria se oponen a las teorías que incluyen configuraciones de movimientos no recursivos, como en la prosa.

En la música, el ritmo es un elemento concerniente al tiempo. Desde que la música se viene desarrollando, puede parecer que el ritmo es su aspecto más importante, pero el elemento rítmico, la colocación de los sonidos en el tiempo, no puede estar separado de la naturaleza de los sonidos propiamente dichos. Por ejemplo, un ritmo regular de un sonido por segundo producirá un efecto bastante diferente dependiendo de si los sonidos son golpes de un tambor, notas en el piano, o acordes orquestales. Por extensión, resulta claro que el ritmo no es sólo una cuestión de tiempo, depende también de las acentuaciones, intervalos, armonía, y el color tonal. Esta complejidad es algo sentido intuitivamente por cualquier músico intérprete.

Melodía. La melodía, en cuanto a la música, es un producto estético en el tiempo musical de una sucesión dada de alturas o tonos, implicando un movimiento ordenado rítmicamente de altura en altura. La melodía en la música occidental de finales del Siglo XIX era considerada lo que estaba en la superficie de un conjunto de armonías. El tono más alto de un acorde era un tono de la melodía. Los acordes eran elegidos por su color y su sentido de la dirección en relación a cada uno, y eran espaciados de manera que una sucesión deseada de notas quedara en la parte superior. Cualquier melodía, en ese entonces, tenía acordes que podían ser

deducidos. Por lo tanto, un buen guitarrista, analizando mentalmente, podía aplicar acordes a una melodía.

Una línea melódica tiene varias características que la describen:

- contorno: puede ser ascendente, descendente, ondulado o moverse en alguna otra forma característica.
- rango: ocupa un cierto espacio en el espectro de frecuencias o alturas que el oído humano puede percibir (ver página 7). Algunos temas primitivos tienen solamente dos notas, otros más recientes pueden tener dos octavas.
- escala: en culturas con música sofisticada, las escalas son elementos formales reconocidos formados por tonos. La melodía se puede armar a partir de este conjunto de tonos. De todas formas este concepto es anterior a la escala. A partir de una lista ordenada de los tonos que componen la melodía se puede obtener la escala.

Con respecto a estas dos partes del trabajo, una concerniente al ritmo, y la otra a la melodía, comentamos sobre la metodología. En el caso del ritmo, para empezar a trabajar partimos de una sucesión finita de duraciones. Si la armonía es una sucesión de varios sonidos al unísono que pueden ser acordes, en contraposición se halla la melodía como una sucesión de sonidos únicos. Por ende, para el análisis melódico trabajaremos partiendo de una sucesión representando las frecuencias de los sonidos de la línea melódica de los temas utilizados.

1.3. Estadística

1.3.1. Medidas

En este estudio trabajaremos con sucesiones reales finitas a las que les calcularemos algunas medidas.

Dada la sucesión finita $x_1, x_2, \dots, x_N$ de N elementos, definimos las siguientes medidas:

I. Media

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

Se calcula como la suma de los elementos de la sucesión dividido la cantidad total de elementos. Es una medida de centralización muy utilizada. Es bastante sensible a datos extremos, y por lo tanto, podría no ser representativa de la población.

II. Mediana

La mediana (m) es una medida central, que aunque no tan común como la media, es igualmente importante. Dada una sucesión y su mediana, sucede que al menos la mitad de los elementos son menores o iguales que la mediana y también al menos la mitad son mayores o iguales que ella.

Lo que sigue es la definición en el caso discreto: sea $y_1, y_2, \dots, y_N$ la sucesión $x_1, x_2, \dots, x_N$ ordenada de menor a mayor,

- si N es impar ($N = 2k + 1$)

$$\Rightarrow m = y_{k+1}$$

- si N es par ($N = 2k$)

$$\Rightarrow m = \frac{y_k + y_{k+1}}{2}$$

Una ventaja respecto de la media es que es menos sensible a valores extremos.

III. Cuartiles

Generalizando el concepto de mediana (II.) se definen los cuartiles. Si la mediana divide a los elementos de la sucesión en dos partes iguales, en este caso, los cuartiles son tres y dividen a la sucesión en cuatro partes iguales. Siempre considerando que los datos están ordenados de menor a mayor, el primer cuartil será mayor que el 25 % de los datos y menor que el 75 % más grande. El segundo cuartil coincide con la mediana. Y el tercer cuartil será mayor que el primer 75 % de los datos y menor que el último 25 %.

Obviamente, esta información sobre los cuartiles permite entender mejor a la variable que teniendo únicamente el valor de la media.

IV. Desvío estándar

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

El desvío estándar es una medida de dispersión y es mayor o igual a cero. Es una medida que informa sobre la distancia que tienen los datos respecto de su media y tiene las mismas unidades que esta. Cuanto más pequeño es el desvío standard, más concentrados son los datos alrededor de la media. Al igual que ocurre con la media, unos pocos datos extremos pueden alterar mucho a esta medida. Dada una traslación de los datos, el desvío no varía.

V. Error estándar

$$SE = \frac{1}{\sqrt{N}} \times \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}} = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

El error estándar (*standard error s.e.* en inglés) es una medida de confiabilidad no de la media sino del **desvío** de los datos, a partir de la muestra. Es decir, si se tomara otra muestra da una idea de la dispersión que pudiera tener el nuevo desvío. Se calcula en función del desvío estándar (medida II.) y está en relación al tamaño muestral.

VI. Coeficiente variacional o de dispersión

$$CV = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}}{\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}} = \frac{s}{\bar{x}}$$

El coeficiente variacional es la relación entre dos de la medidas previas, desvío estándar y media. Es una medida de variabilidad general. Como ejemplo, sean dos mediciones con igual desvío 5, el primero con media de 2 y el segundo con media 50, el CV nos permite diferenciar en el siguiente sentido: en el primer caso, el CV es de 25/10 y en el segundo es de 1/10. Esto significa que la dispersión en el primero llega a ser el 250 % respecto de su media, mientras que la segunda es más acertada ya que es mucho menor.

VII. nPVI (*normalized pairwise variability index*)

$$nPVI = \frac{100}{N - 1} \times \sum_{i=1}^{N-1} \left| \frac{x_i - x_{i+1}}{\frac{x_i + x_{i+1}}{2}} \right|$$

El nPVI es también una medida de variabilidad pero que tiene en cuenta la diferencia entre los elementos consecutivos de la sucesión. En el caso del CV no importa el orden de la sucesión.

Los elementos x_i sobre los cuales se calculará esta medida serán siempre positivos. Se calcula el valor absoluto de la diferencia entre elementos consecutivos, se lo normaliza por la media de los valores y esto arroja un valor entre 0 y 2.

$$x_i = x_{i+1} \quad \Rightarrow \quad \frac{x_i - x_{i+1}}{\frac{x_i + x_{i+1}}{2}} = \frac{0}{\frac{x_i + x_{i+1}}{2}} = 0$$

La vuelta vale también.

En cambio,

$$\begin{aligned} \left| \frac{x_i - x_{i+1}}{\frac{x_i + x_{i+1}}{2}} \right| &= 2 \Leftrightarrow \\ 2 \times \left| \frac{x_i - x_{i+1}}{x_i + x_{i+1}} \right| &= 2 \Leftrightarrow \\ \left| \frac{x_i - x_{i+1}}{x_i + x_{i+1}} \right| &= 1 \Leftrightarrow \\ |x_i - x_{i+1}| &= x_i + x_{i+1} \end{aligned}$$

$$Si \quad x_i \geq x_{i+1} \quad \Rightarrow \quad |x_i - x_{i+1}| = x_i - x_{i+1}$$

$$\begin{aligned} \wedge \quad x_i - x_{i+1} &= x_i + x_{i+1} \Leftrightarrow \\ -x_{i+1} &= x_{i+1} \Leftrightarrow \\ 0 &= 2x_{i+1} \Leftrightarrow \\ 0 &= x_{i+1} \end{aligned}$$

$$Si \quad x_i \leq x_{i+1} \quad \Rightarrow \quad |x_i - x_{i+1}| = -x_i + x_{i+1}$$

$$\begin{aligned} \wedge \quad -x_i + x_{i+1} &= x_i + x_{i+1} \Leftrightarrow \\ -x_i &= x_i \Leftrightarrow \\ 0 &= 2x_i \Leftrightarrow \\ 0 &= x_i \end{aligned}$$

Resumiendo,

$$\wedge \begin{cases} \left| \frac{x_i - x_{i+1}}{\frac{x_i + x_{i+1}}{2}} \right| \rightarrow 0 & \text{si} & |x_i - x_{i+1}| \rightarrow 0 \\ \left| \frac{x_i - x_{i+1}}{\frac{x_i + x_{i+1}}{2}} \right| \rightarrow 2 & \text{si} & x_i \rightarrow 0 \quad \text{o} \quad x_{i+1} \rightarrow 0 \end{cases}$$

Se calcula el promedio de estos valores de la sucesión y después se multiplica por 100. Entonces, en la medida en que las diferencias entre valores consecutivos de la sucesión sea pequeño, el nPVI será pequeño también. Se lo llama una medida de contraste.

En este trabajo, el nPVI se aplicará a sucesiones donde los elementos son duraciones, por lo tanto, números positivos.

Vamos a introducir también el concepto de *outlier* o **valor atípico**. Dado un conjunto de valores, cuando existe uno que está muy distante de la mayoría de los datos, siendo extremadamente elevado o, por el contrario, extremadamente bajo, se dice que estamos ante un valor atípico.

1.3.2. Test de hipótesis

Dentro de la estadística, el test de hipótesis es una herramienta para decidir entre dos opciones. Cuando se busca una característica de una población cuya distribución se supone conocida, al método se lo denomina paramétrico. Cuando la distribución de la población no es conocida, el método es no paramétrico.

En este caso utilizaremos un tipo de test no paramétrico como es el test de Mann-Whitney, que compara las de dos poblaciones independientes.

Las hipótesis que se testean son:

H_0 (hipótesis nula): Las dos poblaciones son idénticas.

H_1 (hipótesis alternativa): Las dos poblaciones no son idénticas.

Formulación general del problema del test de hipótesis:

supongamos que se obtiene un vector aleatorio $X = (X_1, \dots, X_N)$ cuya función de distribución pertenece a la familia $F(x, \theta^p)$ con $\theta \in \mathfrak{R}_p$ (la distribución tiene p parámetros).

Sean Θ_1 y Θ_2 tales que $\Theta_1 \cap \Theta_2 = \emptyset$ y $\Theta_1 \cup \Theta_2 = \Theta$. Un test para este problema será una regla basada en X para decidir entre las dos hipótesis $H_0 : \theta \in \Theta_1$ contra $H_1 : \theta \in \Theta_2$. Esto puede ser expresado matemáticamente como una función $\phi(X)$ que toma dos valores: 1 y 0. 1 significará que rechaza H_0 y por lo tanto acepta H_1 , y 0 que acepta H_0 . Esta función $\phi(X)$ se llama también estadístico del test.

Las dos hipótesis no se considerarán en forma simétrica. En ese sentido se definen dos errores a tener en cuenta dado un test. El error de tipo I: cuando la hipótesis

nula es cierta y el test da como resultado lo contrario. El error de tipo II: cuando la hipótesis nula es falsa y el test nos devuelve que es cierta. La teoría clásica de test de hipótesis considera que el error de tipo I es mucho más grave que el error de tipo II. Esto significa que se debe tener mucha evidencia sobre que H_0 es falsa antes de rechazarla, y en ese sentido, dado un test, el error de tipo I será menor que el error de tipo II.

El p-valor (o nivel crítico) es el menor valor de significación para el que rechazamos la hipótesis H_0 para una observación dada X .

Supongamos que para un conjunto de datos dado, se evalúa el estadístico del test y se obtiene un p-valor de 0.001. Para interpretarlo, debemos pensar que la hipótesis nula es cierta e imaginamos a otros investigadores repitiendo la experiencia en idénticas condiciones. El valor 0.001 dice que solo un investigador de cada 1000 puede obtener un valor del estadístico tan extremo como el obtenido. Por lo tanto, la diferencia entre los datos y lo que se espera de ellos bajo H_0 no puede atribuirse meramente a variación aleatoria. Este hecho lleva a una contradicción y por lo tanto, a abandonar nuestra hipótesis de que H_0 era cierta. No importa cuantas veces se repita el experimento, H_0 será siempre cierta o siempre falsa. Es decir, el nivel crítico da la probabilidad de obtener evidencia en contra de la hipótesis nula suponiendo que esta sea cierta. Por lo tanto, cuanto menor sea el p-valor mas evidencia en contra de H_0 tenemos, suponiendo que H_0 es cierta.

El test de Mann-Whitney lo aplicaremos sobre las medidas de distintas poblaciones, para entender qué significan las diferencias.

Los dos campos (o dominios) a analizar son: los idiomas y la música.

- Idiomas

Población I: Frases en inglés

Población II: Frases en francés

- Música

Población I: Partituras de música inglesa

Población II: Partituras de música francesa

Para ambos dominios, realizamos dos análisis: uno rítmico y otro melódico.

Los idiomas que analizaremos tienen un conjunto de palabras que lo conforman y para comparar ambos idiomas utilizaremos frases como elementos muestrales de cada uno.

En cuanto a la música, el espacio muestral se compone de temas musicales. A cada partitura de cada tema le asignamos el valor de una medida, como muestra el esquema de la Figura 1.3.

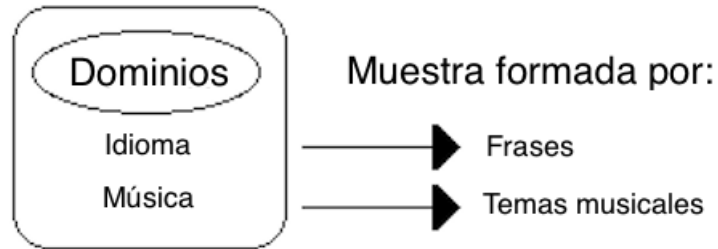


Figura 1.4: Dominios

A cada una de las frases y a cada uno de los temas musicales se le asigna el valor de la medida y luego se realizan los tests para la media de la medida de cada muestra de la población.

Comparamos más de una medida, tanto para el análisis rítmico como el melódico.

1.3.3. Método de Montecarlo

El método de Montecarlo permite resolver un problema computacionalmente mediante la simulación de variables aleatorias. Es una experimentación con el objetivo de estudiar la interacción entre las variables del problema. Este método provee una solución aproximada cuando la solución exacta es costosa de hallar. Su nombre proviene de los famosos casinos de Montecarlo que se encuentran en el Principado de Mónaco, claros exponentes de los juegos de azar y aleatoriedad. El desarrollo de la computadora permitió que evolucionaran notablemente.

En este trabajo se utiliza en el caso del análisis rítmico para entender la dependencia de los valores de una medida sobre otra como se verá más adelante.

Capítulo 2

Estudio sobre la prosodia y la música (inglesa y francesa)

Por más de medio siglo, musicólogos y lingüistas sugirieron que la prosodia del idioma nativo de una cultura se refleja en el ritmo y melodía de su música instrumental. Probar esta idea requiere de métodos cuantitativos para comparar melodía y ritmo tanto musical como oral. En este Capítulo mostraremos resultados del estudio del habla y la música en Inglaterra y Francia, realizados por Patel, Iversen y Rosenberg [1]. Los resultados revelan que la música refleja patrones de contraste duracional entre las sucesivas vocales en oraciones enunciadas, así como también patrones de variación interválica en el habla. Estos métodos, que fueron presentados en su trabajo, son apropiados para estudiar relaciones entre el discurso y la música en un amplio rango de culturas.

2.1. Introducción

Los humanos somos capaces de producir patrones organizados rítmicos y melódicos de dos formas distintas: prosodia y música. La prosodia es la sonoridad del lenguaje. En cuanto a música nos referimos sólo a la música instrumental, ya que si fuera con voz serían un poco obvias las similitudes.

La relación entre los patrones interesó a investigadores de ambos campos desde hace tiempo. Aunque interesante, hasta hace poco esta idea no podía ser sistemáticamente probada porque no existían métodos para cuantificar la prosodia de manera de poder compararla con la música. Con la idea de contrarrestar esto, Patel y Daniele utilizaron en 2003 una medida recientemente desarrollada de patrones temporales en el discurso, el nPVI (*normalized pairwise variability index*), es decir, un índice normalizado de variabilidad entre pares.

Fue desarrollado para explorar diferencias rítmicas entre lenguas de compás acentual y lenguas de compás silábico. Las lenguas de compás silábico se denominan así ya que la duración de la sílaba se mantiene estable y la duración de una oración depende fuertemente de la cantidad de sílabas que hay en ella. En cambio, en las lenguas de compás acentual, la duración de las oraciones dependen de su acentua-

ción, produciéndose una reducción vocálica.

Trabajo empírico en fonética reveló que éste índice (nPVI) es significativamente mayor en lenguas de compás acentual como el inglés británico, que en lenguas de compás silábico como el francés. La razón parece ser el mayor grado de reducción vocálica en las primeras. Ya que las acentuaciones se dan a tiempo constante en las lenguas de compás acentual, la longitud de las sílabas se acomodan según sea necesario, alargándose o acortándose. Uno de los primeros estudios se aplicó a la duración de las notas en la música clásica instrumental de Inglaterra y Francia, y se comprobó que la música inglesa tenía un valor de nPVI significativamente más alto que la francesa. Este enfoque intercultural del análisis de la prosodia a través del nPVI se extiende en este análisis, el cual plantea como objetivo si las diferencias cuantitativas prosódicas entre los idiomas se reflejan en su música instrumental.

A través de los estudios sucesivos, se pudo notar que estas herramientas tienen sentido en el análisis cuantitativo de la prosodia y la música, siguiendo otro objetivo de este trabajo que es añadir herramientas que se puedan aplicar en general en el trabajo futuro de la investigación sobre el habla y la música.

Uno de los interrogantes que surgieron es si las diferencias de contraste duracional son producto de las diferencias de variabilidad general. El nPVI es la medida que mide este contraste y es sensible al orden de la sucesión. También es cierto que no se puede extraer el nPVI de la desviación estándar o viceversa. A nivel población, diferencias en la variabilidad general implicarán inevitablemente diferencias de algún grado en el nPVI entre los conjuntos. Por esta razón es que se realiza un análisis de Montecarlo.

Este estudio no sólo se centra en la parte rítmica, si no también en la parte melódica. Para ello, se emplea un modelo computacional de la percepción de la entonación del habla que se denomina prosograma.

2.1.1. Background rítmico

El ritmo del habla se refiere a la manera en que los idiomas están organizados en el tiempo. Desde hace rato que los lingüistas expresan que algunos idiomas tienen ritmos diferentes aunque resulta difícil de definir bien de qué manera. Una de las ideas es que la diferencia radicaba en la unidad que se produce sincrónicamente (sílabas o acentuaciones). De lo cual llevó a hablar de idiomas de compás silábico e idiomas de compás acentual. En 1999 y 2000 se hicieron estudios donde esto se probó de manera experimental y, a su vez, se comenzó a ilustrar el hecho de que la sincronía no es lo mismo que el ritmo. Algunas de las medidas utilizadas fueron el tiempo dedicado a los intervalos de consonantes y el porcentaje de tiempo en la oración dedicado a las vocales.

De todas las medidas temporales, las medidas rítmicas que se basan en vocales son las que más fácil se transfieren a la investigación de la música. Y se debe a que las notas musicales se pueden comparar a grosso modo con las sílabas, y las vocales forman el núcleo de las mismas. Por eso es que en este estudio compararemos medidas rítmicas del habla basadas en las vocales con medidas rítmicas de la música basadas

en las notas musicales.

Se publicaron ya cuatro estudios dando cuenta de diferencias significativas en el valor del nPVI del inglés y del francés. Los valores propiamente dichos del nPVI varían mucho entre los estudios, lo cual se puede deber a la velocidad del habla, el material usado o los criterios para el establecimiento de los límites entre vocales y consonantes. De todas maneras, el hecho de que el inglés tiene valores significativamente mayores que el francés aparece fuertemente robusto en las investigaciones dentro de un mismo estudio.

2.1.2. Background melódico

Uno de las dificultades que también surgen en este estudio es cómo enfrentar el análisis melódico del habla. Se optó por trabajar con **prosogramas**, que son la representación de la entonación percibida por el oído humano. Este método se centra en las vocales de cada sílaba, y transforma y descompone al habla en una secuencia discreta de segmentos tonales.

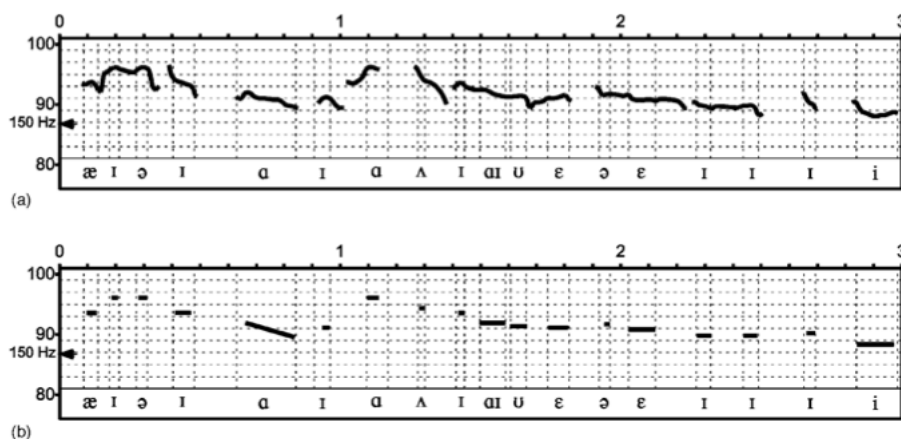


Figura 2.1: Ejemplo de prosograma

Esta representación (ver Figura 2.1) es similar a la de la música (partituras), la cual consiste en una función escalonada de frecuencias. En algunos casos, es vez de asignarle una frecuencia constante al núcleo o segmento, se le asigna un deslizamiento (en inglés, *glide*¹). Esto es cuando hay un cambio de frecuencia en el mismo núcleo que puede ser ascendiente o descendiente. Por un lado, ayuda a ver que la percepción del habla se acerca a la percepción de la música, y a su vez, permite que la melodía del habla y de la música se compare usando una misma herramienta. Lo que se estudia en este caso es la variabilidad de la altura de los sonidos. Hay distintas maneras de medir la altura de los sonidos, lo cual se refleja en algunos estudios. El prosograma es una de ellas, y permite hacer cálculos sobre la altura así como también sobre las diferencias en las alturas de notas consecutivas (los intervalos entre las notas).

¹Barrido continuo de frecuencias ascendentes o descendentes

2.2. Métodos y análisis

Las bases del habla con las que se trabajó constaron de 20 frases en inglés y 20 frases en francés, enunciadas por cuatro locutoras por idioma. Estas frases fueron usadas en varios estudios del ritmo del habla por otros investigadores. Son frases cortas que pueden haber sido enunciadas como noticias. Tienen entre 15 y 20 vocales cada una y duran aproximadamente 3 segundos cada una como muestra el Cuadro 2.1, entre otras características.

	Duration (s) Mean (sd)	Speech rate (syll/s) Mean (sd)	No. Vowels / sentence Mean (sd)	Avg Fo (Hz) Mean (sd)	Total vowels	Singleton vowels
English (<i>n</i> =20)	2.8 (0.2)	5.8 (0.3)	15.7 (1.7)	222.2 (14.1)	314	296
French (<i>n</i> =20)	2.8 (0.2)	6.1 (0.5)	17.3 (1.6)	219.4 (25.7)	346	310

Cuadro 2.1: Datos de frases

Las bases de piezas musicales son de compositores franceses e ingleses del cambio del siglo 20. Todas las piezas fueron extraídas del mismo libro de música instrumental (1983). Esta época es reconocida por los musicólogos como una era de nacionalismo musical. De todas maneras, si había alguna pieza particular con alusión a un elemento extranjero se excluyó. También otro de los criterios fue que las piezas tuvieran al menos 12 notas y que no tuvieran pausas intermedias. Esto arrojó seis compositores ingleses con 136 temas y diez compositores franceses con 180 temas.

Segmentación fonética.

Parte del trabajo es delimitar las vocales en las frases de manera de saber cuando empiezan y cuando terminan. En este caso hay dos criterios posibles, tomar en cuenta las vocales o conjunto de vocales consecutivas sin importar las palabras o sílabas, y el otro, que es el que se realizó, fue tomar en cuenta cada vocal. De todas maneras se realizó el cálculo también con el otro método y arrojó resultados similares ya que la mayoría de las sílabas estaban formadas por una sola vocal.



Figura 2.2: Codificación de la partitura

2.2.1. Rítmico

Codificación de las duraciones en los temas musicales.

Las medidas de las duraciones en los temas musicales fueron obtenidos directamente de las partituras. En cambio, para el habla se trabajó con señales acústicas. Esto en principio puede sonar problemático, pero dadas las distintas ejecuciones que puedan hacer artistas distintos, el trabajar con la partitura de los temas lleva a tomar en cuenta fielmente la intención del compositor. También se podría estudiar en cuanto afecta a este estudio las distintas ejecuciones si se trabajara con señales acústicas también para los temas musicales.

Las duraciones fueron codificadas de la siguiente manera: la negra se le asignó un 1 y al resto de las notas la duración relativa a la negra, como se puede ver en la Figura 2.2. Como el nPVI es una medida relativa, cualquier codificación que preserve la duración relativa de las notas, asignará el mismo nPVI para una sucesión dada.

Computación de las medidas rítmicas y análisis de Montecarlo.

Para cada frase u oración y para cada tema musical, se calcularon dos medidas: el nPVI y el coeficiente de variación (CV). Este último es la desviación estándar sobre la media. Así como la desviación estándar, el CV es una medida de variabilidad general que no se ve afectada por el orden de la sucesión. El nPVI es una medida sin dimensión que por lo tanto, es apropiada para comparar el habla y la música cuya medida está en segundos y fracciones de tiempo respectivamente. También se puede notar que tanto el CV como el nPVI son sensibles sólo a la duración relativa de los hechos.

A continuación se estudió la relación entre el nPVI y el CV. Tanto en el habla como en la música se realizaron regresiones lineales con el CV como variable independiente y el nPVI como variable dependiente, de manera de saber hasta qué punto se puede predecir el nPVI a partir del CV.

También se practicó la técnica de Montecarlo para estimar la probabilidad de las diferencias de nPVI observadas entre los idiomas dadas las diferencias de variabilidad existentes. La técnica se basó en permutar el orden de las sucesiones, destruyendo la estructura temporal pero conservando la variabilidad general. Para ejemplificar, en el caso del habla, la sucesión de la duración de las vocales se permutó al azar para cada frase recalculándose el nPVI en cada caso. Realizando esto, lo que varía es el valor del nPVI pero no el CV. A continuación, se guardó la diferencia entre las medias de nPVI calculadas en cada idioma. Y este procedimiento se repitió 1000 veces, obteniéndose 1000 valores y un histograma a partir de ellos. Esta misma técnica se realizó para el caso de los temas musicales.

2.2.2. Melódico

Para cuantificar los patrones en la melodía del habla, se computaron prosogramas para todas las frases en inglés y francés con Praat.

El prosograma está basado en el núcleo de las sílabas. Se usa un umbral para determinar si a la vocal se le asigna un tono o un *glide*. Esto se hace para obtener un estimado de la altura percibida de la sílaba. Sólo los tonos fueron usados para comparar con la música (97 %). Para obtener la variabilidad en la altura y en los intervalos se usó el CV. Para eso se le asignó la distancia en semitonos a cada tono y a cada intervalo de tonos consecutivos.

Cada tema musical fue codificado en una sucesión de alturas representadas por la distancia en semitonos a la nota LA 440.

2.3. Resultados rítmicos y melódicos

	English nPVI	French nPVI	p	English CV	French CV	p	$p(\Delta \text{nPVI} \Delta \text{CV})$
Speech (vowels)	55.0 (3.0)	35.9 (1.8)	<0.001	0.55 (0.03)	0.36 (0.02)	<0.001	0.01
Music (notes)	47.1 (1.8)	40.2 (1.9)	<0.01	0.61 (0.02)	0.58 (0.02)	0.34	0.001

Cuadro 2.2: Resultados rítmicos

El Cuadro 2.2 muestra los resultados rítmicos obtenidos calculando las medidas nPVI y CV. Los resultados que se muestran son la media de cada uno de los cuatro conjuntos: habla y música en cada idioma. Para calcular los p-valores se utilizaron los test de Mann-Whitney U, excepto para el análisis de Montecarlo.

Estos resultados muestran que las frases en inglés y francés tienen una diferencia significativa en cuanto al nPVI y al CV. En el caso de la música, la diferencia significativa es en el contraste pero no en la variabilidad.

Las regresiones lineales del CV y el nPVI en cada idioma se pueden observar en la Figura 2.3. Tanto para el habla y la música inglesa y francesa, a mayor CV, mayor nPVI. Y la relación parece ser más fuerte en el habla que en la música.

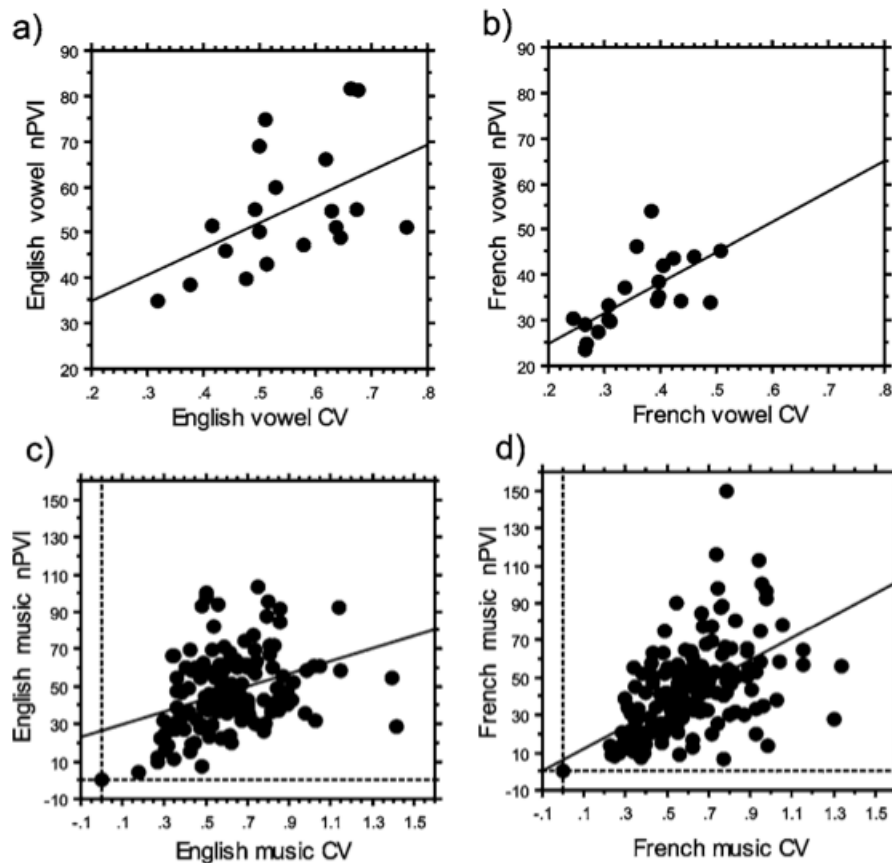


Figura 2.3: Regresiones lineales del nPVI en función del CV

Para establecer si las diferencias en el CV entre los idiomas pueden ser responsables de las diferencias de nPVI lingüísticos, se realizó un análisis de Montecarlo.

Uno de los resultados se puede ver en la Figura 2.4, donde se graficó la distribución de las diferencias de nPVI en el habla entre los idiomas cuando las sucesiones son desordenadas.

La media de los valores de nPVI francés es de 55,0 contra 35,1 del inglés, dando como consecuencia una diferencia de 19,1 (ver Cuadro 2.2). Ahora bien, a partir del procedimiento y el histograma, la proporción de veces que la diferencia calculada fue mayor o igual que 19,1 fue tomado como p-valor. Este p-valor indica la probabilidad de obtener una diferencia de nPVI mayor o igual que la observada entre los idiomas. El p-valor representa la probabilidad de haber obtenido esas diferencias de nPVI dadas las diferencias de CV. Lo cual, para el habla dio 0,01 y para la música aún menor, 0,001. Por lo tanto es muy poco probable que las diferencias de variabilidad expliquen las diferencias de nPVI.

Entre el inglés y el francés no se registran diferencias significativas en cuando

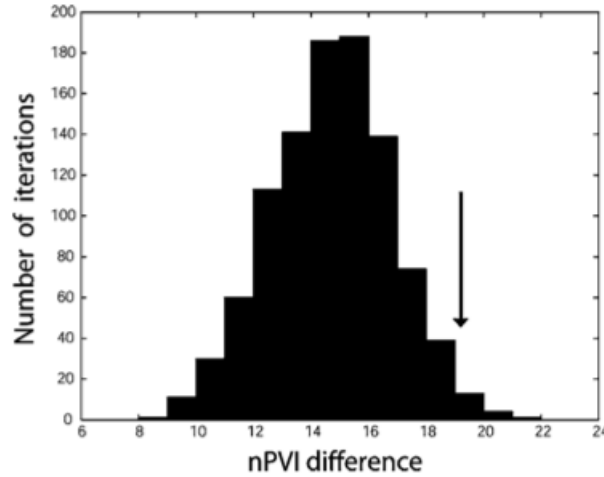


Figura 2.4: Estudio de Montecarlo

a la variabilidad de la altura de los sonidos en el habla, pero sí en cuanto a la variabilidad de los intervalos. El francés registra una menor variabilidad que el inglés. El tamaño de intervalo medio en ambos idiomas es aproximadamente el mismo, pero el habla francesa tiene una variabilidad en los intervalos menor que el inglés. En otras palabras, en el discurso, cuando se pasa de una vocal a la siguiente, el cambio en la altura es mas uniforme en el francés que en el inglés.

En cuanto a la música, sucede algo similar. Las diferencias en la altura de los sonidos no es significativa, pero la variabilidad en los intervalos es menor en la música francesa que en la inglesa. Es decir, mientras la melodía se va trasladando de una nota a la otra, el cambio en la altura es más uniforme en el música francesa que en la inglesa. La diferencia existe aún cuando el intervalo medio es casi idéntico (2.7 vs. 2.6).

En la Figura 2.5 se puede ver un gráfico del CV para la música y habla tanto francesa como inglesa. Se puede ver que la diferencia en el habla inglesa y francesa es mucho más marcada que en el caso de la música. Esto no es tan sorprendente, ya que la música es una expresión cultural y artística. Lo que es sorprendente es que la diferencia cultural se de en la misma dirección que la diferencia lingüística.

	English Pitch CV	French Pitch CV	<i>p</i>
Speech			
Pitch height	0.71 (0.04)	0.75 (0.04)	0.32
Pitch intervals	0.88 (0.05)	0.68 (0.03)	<0.01
Music			
Pitch height	0.69 (0.01)	0.71 (0.01)	0.14
Pitch intervals	0.76 (0.02)	0.71 (0.02)	0.03

Figura 2.5: Resultados melódicos

2.4. Conclusiones

Las lenguas de compás silábico se denominan así ya que la duración de la sílaba se mantiene estable. Y la duración de una oración depende fuertemente de la cantidad de sílabas que hay en ella. En cambio, en las lenguas de compás acentual, la duración de las oraciones dependen de su acentuación, produciéndose una reducción vocálica. Patel y Daniele aplicaron el índice (nPVI) a la duración de notas de la música clásica instrumental de Inglaterra y Francia y encontraron que la música inglesa tiene un nPVI significativamente mayor que la música francesa. El enfoque de este trabajo se basa en determinar si la prosodia cuantitativa entre lenguas se refleja en su música. Otro de los objetivos de este trabajo es añadir herramientas que se puedan aplicar en el trabajo futuro de la investigación sobre música y discurso.

Capítulo 3

Aplicación al idioma castellano y al tango

En la Argentina, el tango nace a fines del siglo XIX, y aunque se ha vinculado a este estilo de música con lo negro o africano, es exclusivamente porteño. Se ha intentado reconstruir la historia del tango muchas veces pero se desconoce exactamente cómo y dónde se inició. Algunos escritores opinan que combina varios estilos de música, entre ellos aspectos del candombe y la música habanera.

Se considera que el tango comenzó a difundirse alrededor de 1880 en la ciudad de Bs. As. Por ese entonces, la ciudad estaba habitada mayormente por hombres inmigrantes que vinieron de Europa buscando una nueva vida y dejando atrás sus familias. En la ciudad no existía la radio ni la televisión y la única diversión podía ser el circo. También en los burdeles se ofrecían shows con payadores, los cuales eran los únicos exponiendo música en esa época, en la que, a su vez, se estaban multiplicando este tipo de locales sustentados mayormente con mujeres inmigrantes y también europeas. Con el tiempo, cuando estos shows resultaron rutinarios y los burdeles contrataron nuevas agrupaciones musicales para entretener al público esto resultó en espectáculos exitosos y también más frecuentes. Solían contener solos de piano, o también podían ser acompañados por flauta, violín o guitarra. El público pronto también se sumaría bailando. Los primeros bailes estaban integrados sólo por hombres. Fue la mujer, la que al sumarse a la danza, le dio vida al baile. Se supone que así es como surgió el tango, cuyos primeros temas carecían de letra. Los intérpretes emitían exclamaciones de admiración cuando alguno de los caballeros se lucía con su compañera en la pista de baile y los músicos iban improvisando la letra en el momento. La música se consideraba en un primer momento prohibida ya que refería a situaciones obscenas, prostibularias y que demostraban poca educación. Luego surgieron letristas que le dieron más importancia al argumento, la narrativa y la poesía dando un cambio significativo y volcándose hacia letras más tristes o melancólicas que trataron sobre el dolor en el alma por las mujeres.

Hoy en día casi todos están acompañados por letra y son muy pocos los tangos instrumentales. La clase social en la que se desarrolla el tango se denomina criolla-inmigratoria. Estaba compuesta por marineros, artesanos, peones y otros trabajadores similares. Este sector de la sociedad se sentía muy identificado con las letras de tango y por esta razón se hizo tan popular¹.

¹Extraído de <http://www.elportaldeltango.com>

El tango es un género musical propio que surge en nuestro país y así como fue creado por inmigrantes que vinieron de Europa, el castellano también tiene sus raíces en el antiguo continente y sus características propias de esta región de América del Sur. Por todo esto es que elegimos estudiar al tango en relación a nuestro idioma y de esto trata este capítulo: se explican las herramientas y bases de datos utilizadas y, a continuación, el análisis del ritmo y la melodía junto con sus resultados y conclusiones.

3.1. Bases de datos y herramientas

En esta sección explicaremos las bases de datos elegidas junto con las herramientas utilizadas para estudiar estas bases.

Ya que contamos con dos dominios (ver Figura 1.4), trabajamos con dos tipos de bases. Las bases correspondientes al idioma estarán formadas por frases, y las correspondientes a la música incluirán temas musicales.

Las herramientas utilizadas son: Audacity, Praat, Prosogram (para Praat), Excel, Matlab, Midi Toolbox (para Matlab) y SPSS.

Para las grabaciones y el manejo de archivos de sonido se usó Audacity.

Praat² es un software gratuito desarrollado por Paul Boersma y David Weenik en el Instituto de Ciencias Fonéticas de la Universidad de Amsterdam. Su nombre quiere decir “hablar” en holandés, y es el más utilizado para el procesamiento del habla y la investigación en lingüística. Fue el programa que nos permitió trabajar con las frases de los idiomas y sirvió para preparar los datos para el posterior procesamiento. Dentro de Praat se trabajó ejecutando un script llamado Prosogram³.

Para realizar los cálculos utilizamos Matlab y la herramienta Midi Toolbox que fue diseñada con el objeto de utilizarse en este software para la investigación de la música a través de archivos MIDI.

Para comparar los resultados entre muestras se usó SPSS (programa estadístico).

BASE DE DATOS DE LA MÚSICA: 96 temas de tangos

Es un conjunto de temas de tango que fueron extraídos de un compilado online y también de temas transcritos a partir de partituras del sitio Solo Tango⁴. Las fechas de los temas se comprenden entre 1920 y 1959 y se encuentran todos en formato MIDI (.mid). Lo bueno de este formato es que no está en función de la ejecución de un músico, lo cual podría llevar a distintas interpretaciones de la misma partitura.

²<http://www.fon.hum.uva.nl/praat/>

³<http://bach.arts.kuleuven.be/pmertens/prosogram/>

⁴<http://www.solotango.com.ar>

Lista de temas⁵:

1. Música: Eduardo Arolas. Letra: Gabriel Clausi. *Alice (tema)*. Tango. 1920.
2. Música: Enrique Delfino. *A buen tiempo (tema)*. Tango instrumental. 1920.
3. Música y letra: Aníbal de Iturriaga. *El tango del amor (tema)*. Tango 1920.
4. Música: Enrique Delfino. Letra: Alberto Vaccarezza. *Francesita (tema)*. Tango. 1923.
5. Música: Edgardo Donato. Letra: José Panizza. *Julián (tema)*. 1923.
6. Música: Pedro Laurenz / Pedro Maffia. Letra: José De Grandis. *Amurado (tema)*. 1924.
7. Música: Alberto López Buchardo. *A mi pochocha (tema)*. Tango instrumental. 1925
8. Música: Cátulo Castillo. Letra: José González Castillo. *Acuareleta del arrabal (tema)*. 1925.
9. Música: Miguel Correa. Letra: Eugenio Cárdenas. *Flor de cardo (tema)*. 1925.
10. Música: Ernesto Bianchi. Letra: Joaquín Álvarez. *Juan carlos (tema)*. 1925.
11. Música: Hugo La Rocca. Letra: Celedonio Flores. *Audacia (tema)*. 1926.
12. Música: Raúl de los Hoyos. Letra: Roberto Cayol. *Anoche a las dos (tema)*. 1926.
13. Música: Carlos Vicente Geroni Flores. Letra: Julio Navarrine. *A la luz del candil (tema)*. 1927.
14. Música: Samuel Castriota. *A la vejez (tema)*. Tema. Tango Instrumental. 1927.
15. Música: Roberto Fugazot. Letra: Alfredo Navarrine. *Barrio reo (tema)*. 1927.
16. Música: Adolfo Mondino. Letra: Víctor Soliño *Boca abierta (tema)*. 1929.
17. Música: Anselmo Aieta. Letra: Francisco García Jiménez. *Carnaval (tema)*. 1927.
18. Música: Fernando Montoni. Letra: Máximo Orsi. *Carro viejo (tema)*. 1927.
19. Música: Gerardo Matos Rodríguez. Letra: Enrique Cadícamo. *Che papusa oí (tema)*. 1927.
20. Música: Juan de Dios Filiberto. Letra: María Luisa Carnelli. *Cuando llora la milonga (tema)*. 1927.
21. Música: Juan Antonio Collazo. Letra: Víctor Soliño / Roberto Fontaina. *Garufa (tema)*. 1927.
22. Música: Anselmo Aieta. Letra: Francisco García Jiménez. *Alma en pena (tema)*. 1928.

⁵Algunos datos sobre los temas están extraídos de <http://www.todotango.com/musica>

23. Música: Enrique Delfino. Letra: Manuel Romero. *Estampilla (tema a)*. 1928.
24. Música: Enrique Delfino. Letra: Manuel Romero. *Estampilla (tema b)*. 1928.
25. Música: César de Pardo. Letra: Alfonso Tagle Lara. *Fierro chifle (tema)*. 1928.
26. Música: Enrique Delfino. Letra: Manuel Romero / Luis Bayón Herrera. *Haragán (tema)*. 1928.
27. Música: Enrique Delfino. Letra: Manuel Romero. *Aquel tapado de armiño (tema)*. 1929.
28. Música: Ciriaco Ortiz. Letra: Celedonio Flores. *Atenti pebeta (tema)*. 1929.
29. Música: Alfonso Lacueva. Letra: Armando Tagini. *Abrojos (tema)*. 1930.
30. Música: Juan Baiier. Letra: Carlos Lenzi. *Adiós arrabal (tema)*. 1930.
31. Música: Vicente San Lorenzo. Letra: Iván Diez. *Almagro (tema)*. 1930.
32. Música: Alberto Gambino. Letra: Enrique Gaudino. *Acacias (tema)*. 1930.
33. Música: Germán Teisseire. Letra: José Fernández. *Alla por el año veinte (tema)*. 1930.
34. Música: Antonio Macri. Letra: Francisco Laino. *Canción porteña (tema)*. 1930.
35. Música: Juan Bautista Guido. Letra: Francisco Alemán. *Desde piba (tema a)*. 1930.
36. Música: Juan Bautista Guido. Letra: Francisco Alemán. *Desde piba (tema b)*. 1930.
37. Música: Luis Martínez Serrano / Augusto Berto. Letra: Luis Martínez Serrano. *Donde estas corazón (tema)*. 1930.
38. Música: Enrique Santos Discépolo. Letra: Enrique Santos Discépolo / Luis César Amadori. *Confesión (tema)*. 1931.
39. Música: Horacio Pettorossi. Letra: Juan Carlos Marambio Catán. *Acquaforte (tema)*. 1932.
40. Música: Alberto Visca. Letra: Nicolás Olivari. *Ambiciosa (tema)*. 1933.
41. Música y letra: Luis Rubinstein. *Cadenas (tema a)*. 1933.
42. Música y letra: Luis Rubinstein. *Cadenas (tema b)*. 1933.
43. Música y letra: Arquímedes Arci. *Consejos de oro (tema)*. 1933.
44. Música: Carlos Gardel. Letra: Mario Battistella. *Desdén (tema a)*. 1933.
45. Música: Carlos Gardel. Letra: Mario Battistella. *Desdén (tema b)*. 1933.
46. Música y letra: Enrique Santos Discépolo. *Cambalache (tema)*. 1934.
47. Música: Carlos Gardel. Letra: Alfredo Le Pera. *Cuesta abajo (tema)*. 1934.

48. Música: Sebastián Piana. Letra: Homero Manzi. *El pescante (tema)*. 1934.
49. Música: José Pécora. Letra: Jesús Fernández Blanco. *Frente al dolor (tema)*. 1934.
50. Música: Esteban González. Letra: Ángel Marino. *A rienda suelta (tema)*. 1935.
51. Música: Enrique Santos Discépolo. Letra: Enrique Santos Discépolo / Luis César Amadori. *Alma de bandoneón (tema)*. 1935.
52. Música: Teófilo Lespés / Mario Lespés. Letra: Carlos Pesce. *A pesar de todo (tema)*. 1935.
53. Música: Carlos Gardel. Letra: Alfredo Le Pera. *Arrabal amargo (tema)*. 1935.
54. Música y letra: Daniel Alvarez. *Caprichos de amor (tema)*. 1936.
55. Música: Enrique Delfino. Letra: Mario Rada. *Agua Mansa (tema)*. 1937.
56. Música: Charlo. Letra: Enrique Cadícamo. *Ave de Paso (tema)*. 1937.
57. Música: Maruja Pacheco Huergo. Letra: Homero Manzi. *Canto de ausencia (tema)*. 1937.
58. Música: Maruja Pacheco Huergo. Letra: Virgilio San Clemente. *El adios (tema)*. 1937.
59. Música: Enrique Delfino. Letra: Manuel Romero. *Guapo y varón (tema)*. 1937.
60. Música: Oscar Arona. Letra: Armando Tagini. *El cornetín del tranvía (tema a)*. 1938.
61. Música: Oscar Arona. Letra: Armando Tagini. *El cornetín del tranvía (tema b)*. 1938.
62. Música: Mario Maurano. Letra: Armando Tagini. *El embrujo de tu violín (tema)*. 1938.
63. Música: Virgilio Expósito. Letra: Homero Expósito. *Naranja en flor (tema)*. 1938.
64. Música: Mariano Mores. Letra: Mario Battistella. *Cuartito azul (tema)*. 1939.
65. Música: Carlos Gardel / José Razzano. Letra: Francisco García Jiménez. *Ave sin rumbo (tema)*. 1940.
66. Música: Bernardo Germino / Fidel Del Negro. *Alma cansada (tema)*. Instrumental. 1940.
67. Música: Antonio Rodio. Letra: José María Contursi. *Cosas olvidadas (tema)*. 1940.
68. Música: Hugo La Rocca. Letra: Luis Roldán. *Fuiste (tema)*. 1940.
69. Música: Arturo Gallucci. Letra: Enrique Dizeo. *Cómo se hace un tango (tema a)*. Tango. 1942.
70. Música: Arturo Gallucci. Letra: Enrique Dizeo. *Cómo se hace un tango (tema b)*. Tango. 1942.

71. Música: Osvaldo Pugliese. Letra: Enrique Dizeo. *El encopao (tema a)*. 1942.
72. Música: Osvaldo Pugliese. Letra: Enrique Dizeo. *El encopao (tema b)*. 1942.
73. Música: Osvaldo Pugliese. Letra: Enrique Dizeo. *El encopao (tema c)*. 1942.
74. Música: Vicente Demarco. Letra: Alfredo Faustino Roldán. *Guapo (tema)*. 1942.
75. Música y letra: Osmar Maderna / Miguel Caló. *Jamas retornarás (tema)*. 1942.
76. Música: Aníbal Troilo. Letra: Enrique Cadícamo. *Garúa (tema)*. 1943.
77. Música: Lito Bayardo. *Cuatro lágrimas (tema)*. 1945.
78. Música y letra: Alfredo Marino. *Del pasado (tema a)*. 1945.
79. Música y letra: Alfredo Marino. *Del pasado (tema b)*. 1945.
80. Música: Carlos Di Sarli. Letra: Héctor Marcó. *Así era mi novia (tema)*. 1946.
81. Música: Enrique Rodríguez. Letra: Carlos Goicoechea / Rogelio Cordone. *Juan palomo (tema)*. 1946.
82. Música: Luis Caruso. Letra: Luis Caruso. *Anda que te cure lola (tema)*. 1947.
83. Música y letra: Lito Bayardo. *Con la otra (tema)*. 1947.
84. Música y letra: José Márquez / Nito Farace. *Cuando llegue el invierno (tema)*. 1948.
85. Música: Ángel D'Agostino. Letra: Enrique Cadícamo. *Adiós Arolas (tema)*. 1949.
86. Música: Juan José Paz. Letra: Jesús Otero. *Calesita de mi barrio (tema a)*. 1949.
87. Música: Juan José Paz. Letra: Jesús Otero. *Calesita de mi barrio (tema b)*. 1949.
88. Música: Juan Sánchez Gorio. Letra: Horacio Sanguinetti. *Adiós pueblito (tema a)*. 1950.
89. Música: Juan Sánchez Gorio. Letra: Horacio Sanguinetti. *Adiós pueblito (tema b)*. 1950.
90. Música: José Razzano / Cátulo Castillo 1944. *Café de los angelitos (tema)*. 1951.
91. Música: Horacio Salgán. *A fuego lento (tema)*. 1953.
92. Música: Adolfo Ortiz. Letra: Juan Pueblito. *Gacho con botas (tema)*. 1954.
93. Música: Juan Noli. *Abran cancha (tema)*. 1955.
94. Música: Aníbal Troilo. Letra: Cátulo Castillo. *La última curda (tema)*. 1956.
95. Música: Atilio Stampone. Letra: Homero Expósito. *Afiches (tema)*. 1958.
96. Música: Dante Gilardoni. Letra: Roberto Cassinelli / Marcelino Hernández *Amor de marinero (tema)*. 1958.

Dado un tema musical de N notas, sea

$$d_1, d_2, \dots, d_N$$

la sucesión de las **duraciones** de sus notas ($\forall i \, d_i \in \mathbb{R}$) y

$$s_1, s_2, \dots, s_N$$

la sucesión de las **alturas** de sus notas ($\forall i \, s_i \in \mathbb{Z}$).

Las duraciones de las notas están medidas en segundos mientras que las unidades de la altura de las notas serán **semitonos** y se calculan de la siguiente manera:

- A la nota LA cuya frecuencia es de 440 Hz se le asigna el valor de $s_{LA} = 69$.
- Para cualquier otra nota cuya distancia al LA es de k semitonos se le asigna el valor

$$s = 69 + k$$

Donde:

- $k \in \mathbb{Z}$
- $k > 0$ si la nota es más aguda que el LA 440.
- $k < 0$ si la nota es más grave que el LA 440.

Por la Ecuación 1.1, su frecuencia f es

$$\begin{aligned} f &= 2^{\frac{k-69}{12}} \cdot f_0 \\ \Leftrightarrow f &= 2^{\frac{k-69}{12}} \cdot 440 \end{aligned}$$

Y la relación entre frecuencia y semitono es:

$$k = 12 \cdot \log_2 \left(\frac{f}{440} \right) + 69$$

Extendiendo el Cuadro 1.2 con la altura medida en semitonos se obtiene:

Notas ⁶	DO	□	RE	□	MI	FA	□	SOL	□	LA	□	SI	DO
Frecuencia (Hz.)	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	440	f_{10}	f_{11}	f_{12}
Semitonos	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72

Cuadro 3.1: Notas, frecuencias y semitonos de la octava conteniendo al LA 440 Hz.

⁶□: notas con alteraciones

Calculamos las siguientes medidas aplicadas a las sucesiones:

- nPVI (*normalized pairwise variability index*)

$$M_1^N(d_1, d_2, \dots, d_N) = \frac{100}{N-1} \times \sum_{i=1}^{N-1} \left| \frac{d_i - d_{i+1}}{\frac{d_i + d_{i+1}}{2}} \right|$$

- CV Ritmo (coeficiente variacional del ritmo)

$$M_2^N(d_1, d_2, \dots, d_N) = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d})^2}{N-1}}}{\frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N}}$$

- CV Melódico Alturas (coeficiente variacional de la melodía en base a las alturas)

$$M_2^N(s_1, s_2, \dots, s_N) = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (s_i - \bar{s})^2}{N-1}}}{\frac{\sum_{i=1}^N s_i}{N}}$$

A partir de esta sucesión $s_1, s_2, \dots, s_N$ construimos una nueva que tiene un término menos

$$l_1, l_2, \dots, l_{N-1}$$

donde

$$l_i = s_{i+1} - s_i \quad \forall i = 1 \dots N-1$$

y le calculamos su correspondiente coeficiente variacional:

- CV Melódico Intervalos (coeficiente variacional de la melodía en base a los intervalos)

$$M_2^{N-1}(l_1, l_2, \dots, l_{N-1}) = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N-1} (l_i - \bar{l})^2}{N-2}}}{\frac{\sum_{i=1}^{N-1} l_i}{N-1}}$$

Para el procesamiento de los temas musicales utilizamos una herramienta que sirve para manipular archivos MIDI en Matlab llamada Midi Toolbox⁷.

Una de las funciones es **midi2nmat**. Como su nombre lo indica lo que hace es convertir un archivo MIDI en una matriz como para poder operar con ella. Nmat viene de *notematrix* en el idioma inglés y se refiere a la representación matricial de las notas de un archivo MIDI.

Si N es la cantidad total de notas que contiene el archivo MIDI, la dimensión de la matriz es de Nx7. Cada fila se corresponde en orden con las notas del tema y, a su vez, cada columna o campo contiene algunas variables que explican algo de cada una de ellas, como ser la altura, la duración o el volumen.

Estos son los siete campos en orden:

- ATAQUE (PULSOS)
- DURACIÓN (PULSOS)
- canal MIDI
- altura MIDI
- VELOCIDAD
- ATAQUE (SEGUNDOS)
- DURACIÓN (SEGUNDOS)

La primera y segunda columna indican el ataque y la duración de las notas medidas en pulsos. El tercer campo muestra el canal MIDI (1-16) y el cuarto, la altura de la nota MIDI (donde el DO central se corresponde con 60). La quinta columna indica la velocidad, en el sentido de cuan rápido o fuerte se debe tocar la nota (0-127). Por, último, los dos últimos campos se corresponden con los primeros dos en el sentido de que representan lo mismo pero esta vez medidos en segundos. Toda esta información viene contenida en un archivo MIDI.

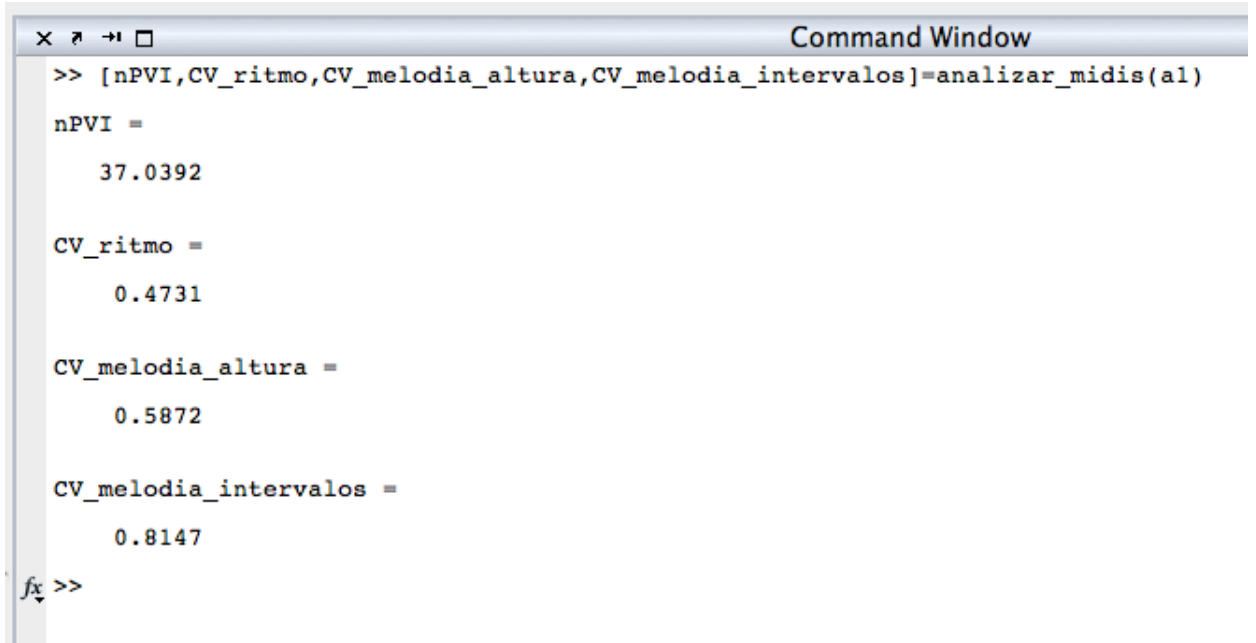
Los campos con los que trabajaremos son: la duración de las notas medida en segundos (séptimo campo) y la altura de las notas (cuarto campo).

A partir del archivo MIDI, el código para ejecutar en Matlab es:
`a1=midi2nmat('naranjo en flor-1938-tema.mid')`

A continuación, ejecutamos un programa en Matlab (.m) para obtener las distintas métricas que nos ocupan, teniendo como entrada la notación matricial de la

⁷MIDI Toolbox: Tuomas Eerola & Petri Toiviainen, Department of Music, University of Jyväskylä. <https://github.com/miditoolbox/>

nota MIDI. Este devuelve nPVI, CV Ritmo, CV Melódico Alturas y CV Melódico Intervalos. Ver Figura 3.1 para la ejecución.

A screenshot of a MATLAB Command Window. The window has a title bar with standard OS icons and the text "Command Window". The command prompt shows the execution of the function `analizar_midis(a1)`, which returns four variables: `nPVI`, `CV_ritmo`, `CV_melodia_altura`, and `CV_melodia_intervalos`. The output values are displayed on separate lines, each preceded by the variable name and an equals sign. At the bottom left, there is a small icon of a cursor and the text `fx >>`.

```
>> [nPVI,CV_ritmo,CV_melodia_altura,CV_melodia_intervalos]=analizar_midis(a1)

nPVI =

    37.0392

CV_ritmo =

    0.4731

CV_melodia_altura =

    0.5872

CV_melodia_intervalos =

    0.8147

fx >>
```

Figura 3.1: Análisis de temas musicales en Matlab

BASE DE DATOS DE FRASES:

En este caso existen dos grupos: el del idioma castellano y el del inglés, como para poder realizar los análisis comparativos.

■ Base de datos del idioma castellano:

Las bases se extrajeron principalmente de dos lugares distintos: el sitio web YouTube⁸ y el archivo Prisma⁹. Éste último es también un sitio en internet que se armó recientemente con el fin de crear un archivo histórico de material de Radio Nacional Argentina y también material audiovisual. Así como los temas musicales son de las décadas del '20 al '50, lo mismo sucede con la pronunciación de las frases. A continuación se detallan los archivos fuentes y luego las 25 frases transcriptas que componen la base de idioma castellano.

- <http://www.archivoprisma.com.ar/registro/el-gobierno-argentino-firma-con-las-empresas-britanicas-el-traspaso-de-la-red-ferroviaria-1949/>

Contenido dentro del archivo Prisma, este audio trata sobre el traspaso de los ferrocarriles en el gobierno de Perón y fue grabado en el momento de la firma con las empresas británicas.

Fecha: Jueves 5 de mayo de 1949

Nº de frase: 1, 2, y 3.

- <http://www.archivoprisma.com.ar/registro/boletin-radiofonico-informativo-1948/>

Es el boletín radiofónico informativo correspondiente a la hora 20:30.

Fecha: martes 27 de enero de 1948

Nº de frase: 4, 5 6 y 7.

- <https://www.youtube.com/watch?v=axAv2yXcnHc>

Forma parte de uno de los programas de radio que realizaba Enrique Santos Discépolo, actor y compositor de tangos.

Fecha: 1951

Nº de frase: 8, 9, 10 y 11.

⁸<http://www.youtube.com.ar/>

⁹<http://www.archivoprisma.com.ar/>

➤ <https://www.youtube.com/watch?v=4eo9b3ADeuk>

Este es un registro del mismísimo Carlos Gardel grabado en un estudio de Estados Unidos donde fue invitado.

Fecha: entre 1920 y 1935.

Nº de frase: 12 y 13.

➤ <https://www.youtube.com/watch?v=HKyLI9s6h2s>

A partir de registros audiovisuales de Carlos Gardel, este audio es una composición de una supuesta entrevista realizada al cantor.

Fecha: entre 1920 y 1935.

Nº de frase: 14, 15 y 16.

➤ <http://www.archivoprisma.com.ar/registro/inauguracion-de-lra-3-radio-del-estado-santa-rosa-1950/>

Se trata de la inauguración de las transmisiones en Santa Rosa (provincia de La Pampa) de la primera radio estatal (LRA Sta Rosa) construida, operada y gestionada por personal argentino. El que habla es Oscar Nicolini, quien fuera ministro de Comunicaciones en ese entonces.

Fecha: Domingo 9 de julio de 1950

Nº de frase: 17, 18, 19, 20 y 21.

➤ Frases varias de locutores distintos.

Fecha: década del 40

Nº de frase: 22 y 24.

Fecha: década del 50

Nº de frase: 23 y 25.

Para la selección de las frases se aplicaron similares condiciones a las que se usaron en [1]. Fueron pronunciadas por un total de diez locutores y guardadas con Audacity en formato .wav, lo cual es requerido por el siguiente paso del proceso.

Estas son las (25) veinticinco frases transcritas:

1. En representación de las empresas británicas firma ahora el señor Roberto Montgomery.

2. Lo hará su excelencia el señor ministro de economía doctor Roberto Antonio Ares.
3. Pues ésta tiene valor en cuanto es posible su movilidad hacia los centros de consumo.
4. El convenio respectivo se firmará el jueves a las 19:30.
5. Proseguirá el ciclo de conferencias sobre la exposición de la industria argentina.
6. Alrededor de mil quinientos obreros mosaístas obtendrán mejoras.
7. Se reunió el gabinete provincial.
8. Los trajo en su defensa un pueblo, a quien vos y los tuyos habían enterrado en un largo camino de miseria.
9. Porque yo no lo inventé a Perón ni a Eva Perón.
10. Y sí, yo sé que te fastidia que te lo recuerde. Y claro, pero vamos a terminarla de una vez.
11. Ellos nacieron como una reacción a tus malos gobiernos.
12. Habla Carlos Gardel.
13. Estoy ahora en los estudios Victor de Nueva York, registrando las canciones de “El día que me quieras”.
14. ¿Qué sabe usted de mis sentimientos? En fin, no hablemos de eso.
15. ¡Vení a buscarla, si la querés! ¡Pero arriesgá algo!
16. Arriesgá como arriesgué mi vida y mi vergüenza. ¡Vení y jugá tu parada!
17. Pero hay algo más que todo eso.
18. El gobierno del General Perón ha transformado nuestro país en una nueva Argentina.
19. El Estado necesita su repropia.
20. Puedo aseguraros que esta divisa es impostergable.
21. Bajo tales auspicios, la inauguro formalmente.
22. Perdone la curiosidad.
23. Un momentito, eh. Que yo no soy vago.
24. A ver si sabes la Biblia en verso, vos.
25. Apúrese, a ver si todavía está.

■ **Base de datos del idioma inglés:**

Son 30 frases obtenidas de dos cuentos clásicos de la literatura británica leídos cada uno por una locutora nativa.

El primero está escrito por Louisa May Alcott y se titula *Little Women*. La grabación es de 2002 leída por Kate Reading¹⁰ y son 20 las frases que se extrajeron de aquí.

El segundo se llama *Wuthering Heights* y está escrito por Emily Brontë. Este trabajo de grabación¹¹ es parte de la colección *Lit2Go*, una colaboración entre el Departamento de Educación del Estado de Florida (Florida Department of Education) y la Facultad de Educación de la Universidad de Florida (University of South Florida, College of Education). *Lit2Go* está dedicada a brindar soporte a la enseñanza y el aprendizaje literario a través del acceso a literatura histórica y culturalmente significativa tanto en colegios primarios como secundarios. De este trabajo se extrajeron 10 frases.

1. "Christmas won't be Christmas without any presents", grumbled Jo lying on a rug.
2. "It's so dreadful to be poor", sighed Meg looking down at her old dress.
3. "I don't think it's fair for some girls to have lots of pretty things and others nothing at all", added little Amy with an injured sniff.
4. "We've got father and mother and each other, anyhow", said Beth contentedly from her corner.
5. The four young faces on which the firelight shone brightened at the cheerful words but darkened again as Jo said sadly "We haven't got father and shall not have him for a long time."
6. She didn't say "Perhaps never", but each silently added it, thinking of father far away where the fighting was.
7. Nobody spoke for a minute.
8. We can't do much, but we can make our little sacrifices and ought to do it gladly.
9. Then Meg said in an altered tone: "You know the reason mother proposed not having any presents this Christmas".
10. But I'm afraid I don't.
11. But I don't think the little we should spend would do any good.
12. "I planned to spend mine in new music", said Beth with a little sigh which no one heard but the hearth brush and the kettle holder.

¹⁰Obtenido en <http://www.audiobooks.org/free-book-list.html>

13. "I shall get a nice box of Faber's drawing pencils. I really need them.", said Amy decidedly.
14. Let's each buy what we want and have a little fun.
15. "You don't have half such a hard time as I do", said Jo.
16. For you don't have to go to school with impertinent girls who plague you if you don't know your lessons and laugh at your dresses and label your father if he isn't rich and insult you when your nose isn't nice.
17. The invalids improved rapidly and Mr. March began to talk of returning early in the new year.
18. While Amy, a loyal slave of the ring, celebrated her return by giving away as many of her treasures as she could prevail on her sisters to accept.
19. As Christmas approached, the usual mysteries began to haunt the house and Jo frequently convulsed the family by proposing utterly impossible or magnificently absurd ceremonies in honor of this unusually merry Christmas.
20. Several days of unusually mild weather fitly ushered in a splendid Christmas day.
21. I have just returned from a visit to my landlord, the solitary neighbour that I should be troubled with.
22. This is certainly a beautiful country
23. Mr Lockwood, your new tenant, sir.
24. I shall not allow anyone to inconvenience me.
25. I felt interested in a man who seemed more exaggeratedly reserved than myself.
26. Joseph was an elderly nay, an old man, very old, perhaps thou hale and sinewy.
27. The narrow windows are deeply set in the wall and the corners defended with large jutting stones.
28. And I had no desire to aggravate his impatience previous to inspecting the penetralium.
29. But his attitude at the door appeared to demand my speedy entrance or complete departure.
30. At least I distinguished a chatter of tongues.

¹¹<https://itunes.apple.com/ar/podcast/chapter-i/id384533485?i=85158205&mt=2>

Para cada frase de la muestra, en Praat ejecutamos un script (ver pág. 30 y Figura 3.2) que nos devuelve varios análisis, entre ellos, un prosograma (ver Figura 3.3). (Para una explicación sobre qué es un prosograma leer página 21, Capítulo 2.)

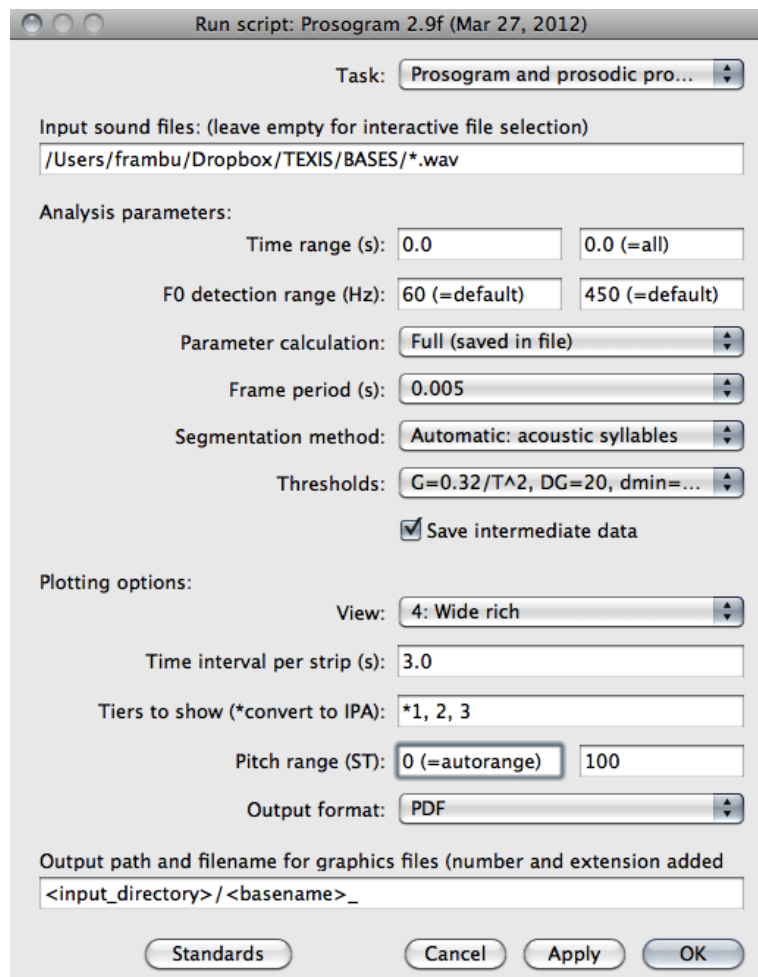


Figura 3.2: Opciones para correr el script (PRAAT)

Con respecto al prosograma (ver Figura 3.3 como ejemplo):

El eje y representa los semitonos, es decir, la altura.

Los segundos están representados en la parte superior en el eje x.

La línea verde es la intensidad o volumen, la línea azul es la frecuencia y la línea rosa es la intensidad del filtro pasa banda que se utiliza para detectar el habla y en la que se basa esta segmentación fonética.

La frecuencia representada por la línea azul que, en principio, es una variable continua, es la que a través de la segmentación se transforma en una función escalonada constante en cada núcleo de la frase.

Cada barra horizontal negra representa la duración de un núcleo (vocal o conjunto de vocales). Cada núcleo se corresponde con una caja roja en la parte inferior.

La letra P marca el comienzo de una pausa o silencio.

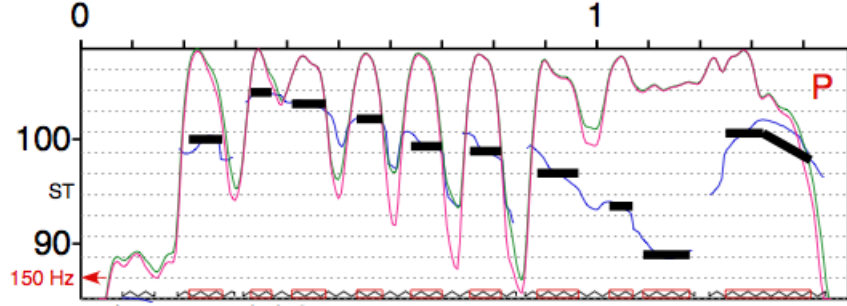


Figura 3.3: Ejemplo de prosograma de una frase de la muestra

Otra de las salidas de Praat es una matriz en formato txt con datos sobre todos los núcleos de la frase (ver Figura 3.4). Cada fila representa un núcleo y cada columna un dato numérico de él.

rowLabel	nuc1_t1	nuc1_t2	nuc1_dur	f0_min	f0_max	f0_median	f0_mean	f0_start	f0_end	lopitch	hipitch	dynamic	up	down	intersyllab	trajectory	gap_left	int_peak	vowel_dur	syll_dur	rime_dur	speaker_id
0,059	0,059	0,099	0,04	181	186	185	90	185	185	185	185	0	0,46	0	0	0,46	0,059	73,6	0	0	0	1
0,174	0,174	0,204	0,03	212	218	217	93	217	217	217	217	0	0	-0,52	2,767	0,524	0,075	72	0	0	0	1
0,394	0,394	0,519	0,125	179	219	196	91	179	219	179	219	1	3,467	0	-3,346	3,467	0,19	74,4	0	0	0	1
0,549	0,549	0,609	0,06	208	227	226	93	226	226	226	226	0	0	-0,88	0,597	0,88	0,03	71,8	0	0	0	1
0,799	0,799	0,899	0,1	193	204	199	91	199	199	199	199	0	0	-0,79	-2,239	0,789	0,19	73,3	0	0	0	1
0,939	0,939	0,989	0,05	188	204	196	91	196	196	196	196	0	0	-1,23	-0,239	1,234	0,04	70,5	0	0	0	1
1,084	1,084	1,129	0,045	178	205	195	91	195	195	195	195	0	0	-2,23	-0,066	2,232	0,095	70,8	0	0	0	1
1,234	1,234	1,324	0,09	133	162	143	86	143	143	143	143	0	0	-3,16	-5,383	3,164	0,105	73	0	0	0	1
1,529	1,529	1,579	0,05	151	155	153	87	153	153	153	153	0	0,276	0	1,125	0,276	0,205	66,6	0	0	0	1
1,794	1,794	1,984	0,19	197	213	209	92	209	209	209	209	0	0	-1,2	5,394	1,201	0,215	74,1	0	0	0	1
2,144	2,144	2,184	0,04	180	210	195	91	195	195	195	195	0	0	-2,22	-1,183	2,218	0,16	71,6	0	0	0	1
2,254	2,254	2,359	0,105	136	157	142	86	142	142	142	142	0	0	-2,4	-5,468	2,398	0,07	70,3	0	0	0	1
2,394	2,394	2,484	0,09	136	139	138	85	138	138	138	138	0	0,351	0	-0,498	0,351	0,035	68,2	0	0	0	1
2,619	2,619	2,749	0,13	139	151	140	85	140	140	140	140	0	0	-1,07	0,258	1,074	0,135	69,2	0	0	0	1
3,009	3,009	3,119	0,11	167	204	199	91	199	199	199	199	0	0	-3,19	6,111	3,186	0,26	69,8	0	0	0	1
3,154	3,154	3,239	0,085	148	176	165	88	165	165	165	165	0	0	-2,92	-3,235	2,916	0,035	71	0	0	0	1
3,32	3,32	3,42	0,1	170	187	181	89	181	181	181	181	0	1,624	0	1,537	1,624	0,081	71,3	0	0	0	1
3,555	3,555	3,595	0,04	112	117	113	81	113	113	113	113	0	0	-0,81	-8,08	0,808	0,136	67	0	0	0	1
4,134	4,134	4,224	0,09	150	163	160	87	160	160	160	160	0	0	-1,44	5,968	1,439	0,539	77,2	0	0	0	1
4,349	4,349	4,429	0,08	148	152	149	86	149	149	149	149	0	0	-0,5	-1,184	0,497	0,125	70,4	0	0	0	1
4,664	4,664	4,704	0,04	224	232	231	94	231	231	231	231	0	0	-0,51	7,548	0,512	0,235	76,3	0	0	0	1
4,999	4,999	5,024	0,025	415	415	415	104	415	415	415	415	0	0	-0,03	10,116	0,033	0,295	64,6	0	0	0	1
5,059	5,059	5,164	0,105	161	187	178	89	178	178	178	178	0	0	-2,42	-14,648	2,422	0,035	74,9	0	0	0	1
5,298	5,298	5,348	0,05	59	98	71	74	98	61	61	98	-1	0	-8,17	-10,31	8,171	0,133	69,9	0	0	0	1

Figura 3.4: Salida de PRAAT: Spreadsheet.txt

Dada una frase, sea

$$d_1, d_2, \dots, d_N$$

la sucesión de las **duraciones** de los núcleos ($\forall i d_i \in \mathbb{R}$) y

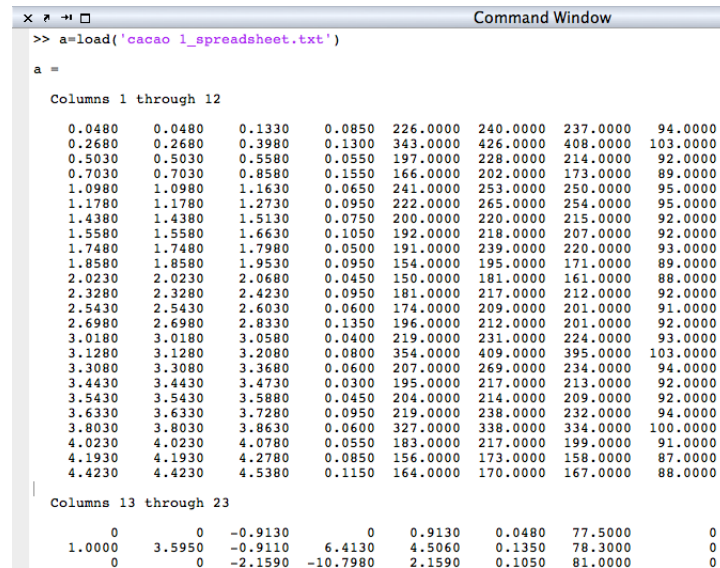
$$s_1, s_2, \dots, s_N$$

la sucesión de las **alturas** de cada uno ($\forall i s_i \in \mathbb{R}$).

Las duraciones están medidas en segundos y las alturas, en Hertz (Hz), unidad de frecuencias.

Con esta matriz como dato de entrada donde se encuentran las series que recién mencionamos, corremos en Matlab un código para obtener otra vez las mismas medidas que en el caso de los temas musicales (dos rítmicas y dos melódicas), es decir: nPVI, CV Ritmo, CV Melódico Alturas y CV Melódico Intervalos. Ver Figura

3.5 y Figura 3.6. Las columnas principales con las que trabajamos son: la duración de los núcleos en segundos y la mediana de la frecuencia de los núcleos para la altura. Para el cálculo del CV Melodía Intervalos se usó la frecuencia en la que comenzaba y la frecuencia en la que terminaba cada núcleo. En general, estos valores son idénticos, salvo cuando existe un deslizamiento (ver página 21).

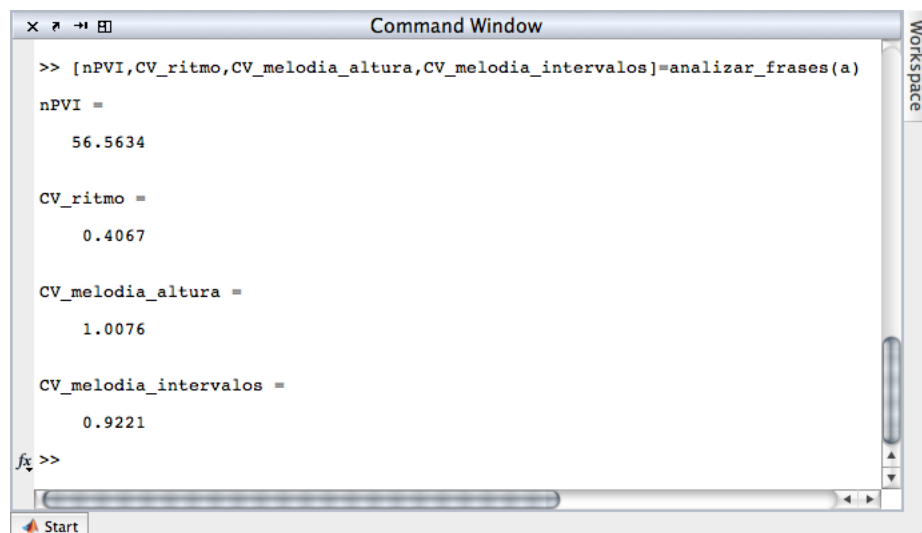


```

>> a=load('cacao_1_spreadsheet.txt')
a =
Columns 1 through 12
0.0480 0.0480 0.1330 0.0850 226.0000 240.0000 237.0000 94.0000
0.2680 0.2680 0.3980 0.1300 343.0000 426.0000 408.0000 103.0000
0.5030 0.5030 0.5580 0.0550 197.0000 228.0000 214.0000 92.0000
0.7030 0.7030 0.8580 0.1550 166.0000 202.0000 173.0000 89.0000
1.0980 1.0980 1.1630 0.0650 241.0000 253.0000 250.0000 95.0000
1.1780 1.1780 1.2730 0.0950 222.0000 265.0000 254.0000 95.0000
1.4380 1.4380 1.5130 0.0750 200.0000 220.0000 215.0000 92.0000
1.5580 1.5580 1.6630 0.1050 192.0000 218.0000 207.0000 92.0000
1.7480 1.7480 1.7980 0.0500 191.0000 239.0000 220.0000 93.0000
1.8580 1.8580 1.9530 0.0950 154.0000 195.0000 171.0000 89.0000
2.0230 2.0230 2.0680 0.0450 150.0000 181.0000 161.0000 88.0000
2.3280 2.3280 2.4230 0.0950 181.0000 217.0000 212.0000 92.0000
2.5430 2.5430 2.6030 0.0600 174.0000 209.0000 201.0000 91.0000
2.6980 2.6980 2.8330 0.1350 196.0000 212.0000 201.0000 92.0000
3.0180 3.0180 3.0580 0.0400 219.0000 231.0000 224.0000 93.0000
3.1280 3.1280 3.2080 0.0800 354.0000 409.0000 395.0000 103.0000
3.3080 3.3080 3.3680 0.0600 207.0000 269.0000 234.0000 94.0000
3.4430 3.4430 3.4730 0.0300 195.0000 217.0000 213.0000 92.0000
3.5430 3.5430 3.5880 0.0450 204.0000 214.0000 209.0000 92.0000
3.6330 3.6330 3.7280 0.0950 219.0000 238.0000 232.0000 94.0000
3.8030 3.8030 3.8630 0.0600 327.0000 338.0000 334.0000 100.0000
4.0230 4.0230 4.0780 0.0550 183.0000 217.0000 199.0000 91.0000
4.1930 4.1930 4.2780 0.0850 156.0000 173.0000 158.0000 87.0000
4.4230 4.4230 4.5380 0.1150 164.0000 170.0000 167.0000 88.0000
Columns 13 through 23
0 0 -0.9130 0 0.9130 0.0480 77.5000 0
1.0000 3.5950 -0.9110 6.4130 4.5060 0.1350 78.3000 0
0 0 -2.1590 -10.7980 2.1590 0.1050 81.0000 0

```

Figura 3.5: Carga de frases en Matlab



```

>> [nPVI,CV_ritmo,CV_melodia_altura,CV_melodia_intervalos]=analizar_frases(a)
nPVI =
56.5634
CV_ritmo =
0.4067
CV_melodia_altura =
1.0076
CV_melodia_intervalos =
0.9221
fx >>

```

Figura 3.6: Análisis de frases en Matlab

3.2. Resultados

3.2.1. Ritmo

El primero de los aspectos que analizaremos sobre las frases y la música es el ritmo. En el Cuadro 3.2 figura un resumen (media y error estándar) de las medidas rítmicas calculadas para Argentina y, a continuación, los valores para cada frase o tema musical (Cuadro 3.3 y Cuadro 3.4).

La media de los valores de nPVI de Argentina dio 45,0 para el caso del habla y 39,5 para el caso de los temas musicales. En cuanto al valor del CV la desigualdad se da en el otro sentido. En el habla, el valor es de 0,46 y, en la música, la media es de 0,63.

	nPVI Argentina	CV Argentina
Habla	45,0 (1,7)	0,46 (0,02)
Música	39,5 (2,2)	0,63 (0,02)

Cuadro 3.2: Resultados rítmicos Argentina: media y error estándar (éste último entre paréntesis).

Frase	nPVI	CVRitmo
1	57,2	0,62
2	48,0	0,51
3	44,3	0,38
4	40,0	0,41
5	53,4	0,63
6	44,6	0,37
7	50,6	0,49
8	47,1	0,53
9	50,8	0,62
10	51,5	0,54
11	49,8	0,35
12	36,7	0,44
13	57,2	0,66
14	28,5	0,31
15	51,9	0,50
16	53,8	0,52
17	53,5	0,44
18	49,8	0,45
19	39,3	0,51
20	32,5	0,38
21	35,0	0,41
22	29,3	0,36
23	34,2	0,41
24	48,3	0,47
25	37,8	0,31

Cuadro 3.3: Medidas rítmicas de las frases.

Tema	nPVI	CVRitmo	Tema	nPVI	CVRitmo
1	40,2	0,66	49	68,9	0,82
2	34,6	0,67	50	53,0	0,62
3	50,9	0,66	51	25,3	1,06
4	53,9	0,59	52	47,2	0,42
5	49,7	0,89	53	45,7	0,36
6	37,9	0,89	54	43,1	0,65
7	11,9	0,36	55	54,1	0,58
8	60,7	0,57	56	95,0	0,83
9	64,9	0,61	57	23,2	0,71
10	42,0	0,70	58	41,9	0,61
11	21,8	0,54	59	5,8	0,30
12	35,9	0,52	60	44,7	0,47
13	48,7	0,57	61	28,9	0,60
14	50,0	0,99	62	48,2	1,14
15	76,8	0,85	63	32,3	0,59
16	49,1	0,69	64	15,2	0,70
17	50,6	0,61	65	55,1	0,61
18	14,6	0,56	66	78,2	0,81
19	24,9	0,89	67	21,2	0,77
20	151,2	0,74	68	38,6	0,71
21	52,8	0,82	69	49,9	0,83
22	36,3	0,40	70	9,6	0,27
23	10,7	0,29	71	21,7	0,65
24	18,6	0,36	72	43,0	1,04
25	29,2	0,61	73	42,0	0,70
26	39,8	0,77	74	43,2	0,66
27	47,5	0,99	75	48,9	0,94
28	50,3	0,43	76	35,1	0,36
29	33,2	0,65	77	2,2	0,18
30	79,0	1,08	78	13,6	0,47
31	49,1	0,66	79	34,1	0,81
32	47,2	0,42	80	55,2	0,55
33	41,1	0,41	81	31,2	0,45
34	30,4	0,59	82	39,3	0,45
35	4,5	0,24	83	10,1	0,34
36	2,2	0,18	84	30,7	0,36
37	66,9	1,15	85	42,4	0,72
38	27,6	0,41	86	20,1	0,63
39	47,2	0,42	87	4,5	0,24
40	42	0,70	88	43,5	0,61
41	60,1	0,75	89	47,7	0,95
42	48,1	0,51	90	46,6	0,52
43	19,3	0,41	91	15,4	0,42
44	30,0	0,67	92	35,3	0,46
45	40,2	0,70	93	34,4	0,65
46	61,1	0,54	94	37,4	0,91
47	7,1	1,13	95	22,6	0,74
48	63,2	0,94	96	11,0	0,42

Cuadro 3.4: Medidas rítmicas de los temas.

En cuanto al ritmo, las bases de datos de la música tienen la misma dimensión que la de las frases: segundos. Algo que se podría haber realizado, es formular los cálculos de la música a partir de los pulsos (ver página 37). Ya que no tienen dimensión, el nPVI y el CV resultarían igualmente buenas medidas para comparar (ver página 36).

Con respecto a las frases del idioma inglés, en el Cuadro 3.5 se pueden ver las medidas resumen que no difieren mucho de los resultados del trabajo de Patel (ver Figura 2.2), tanto la media como el error estándar. Para el habla, la media de nPVI según Patel es de 55,0 y la media del CV es de 0,55.

	nPVI Inglés	CV Inglés
Habla	54,5 (1,8)	0,54 (0,02)

Cuadro 3.5: Resultados rítmicos del inglés (media y error estándar)

Uno de los aspectos a tener en cuenta es la relación lineal entre las medidas. Para ello, se muestran en la Figura 3.7 los gráficos de dispersión entre las medidas.

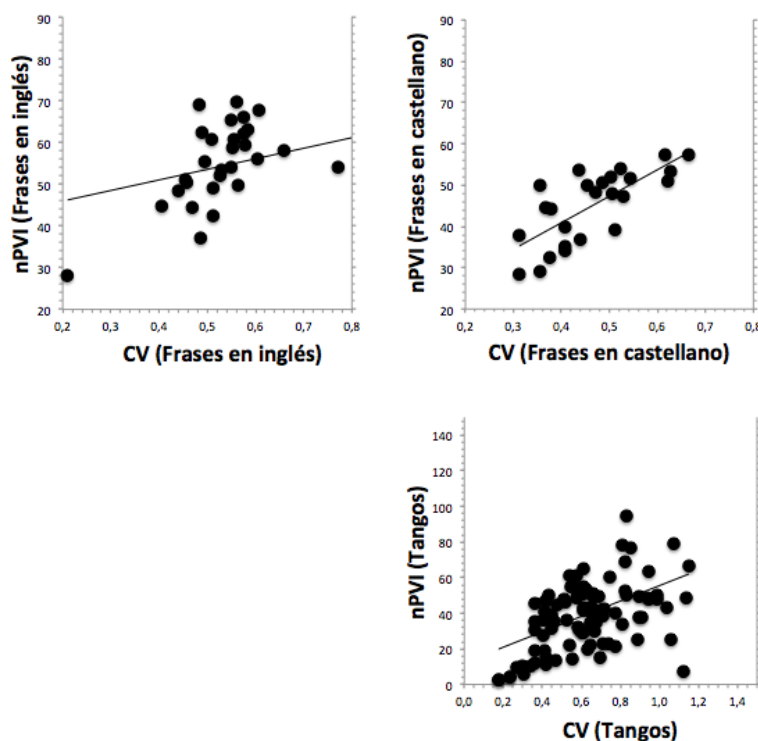


Figura 3.7: Regresiones lineales

Más allá de los valores atípicos (ver definición en página 15) se puede observar que a mayor CV, mayor nPVI. También es posible comparar con la Figura 2.3 (Capítulo 2) respecto de los datos del trabajo de Patel.

	nPVI Inglaterra	nPVI Argentina	CV Inglaterra	CV Argentina
Habla	54,5 (1,8)	45,0 (1,7)	0,54 (0,02)	0,46 (0,02)
Música	-	39,5 (2,2)	-	0,63 (0,02)

Cuadro 3.6: Cuadro resumen de resultados rítmicos (media y error estándar)

La diferencia del valor de la media del nPVI entre los idiomas es de 54,5 (Inglaterra) contra 45,0 (Argentina). En principio, evidencia la desigualdad que estábamos esperando y también comparte rangos de los valores de otros estudios del castellano.

En el caso del CV, la diferencia se da en el mismo sentido, el de Inglaterra sobrepasa al de Argentina por 0,54 a 0,46. Según Patel, esta medida no estaría reflejando las diferencias a nivel lingüístico que buscamos, por lo tanto por el momento no le damos mayor importancia.

Realizando un pequeño análisis por década, obtuvimos los Cuadros 3.7 y 3.8.

Década	nPVI medio	Cantidad de temas
1920	44,8	28
1930	40,9	36
1940	33,5	23
1950	32,7	9
Total	39,5	96

Cuadro 3.7: Temas musicales: nPVI medio por década

Década	nPVI medio
1920-1930	45,6
1940	46,2
1950	43,8
Total	45,0

Cuadro 3.8: Frases: nPVI medio por década

En el idioma castellano, los valores se mantienen similares en las distintas décadas (ver Cuadro 3.8). Pero en el caso de la música, es notorio una tendencia descendiente. A través de las décadas decrece el nPVI promedio, de 44,8 a 32,7 en la década del '50 (ver Cuadro 3.7). Por lo tanto, había mayor similaridad en la década de 1920 entre el ritmo de la música y el idioma, y, con el correr del tiempo, se fueron apartando ambos dos.

3.2.2. Melodía

En esta sección figura el análisis de la melodía. El Cuadro 3.9 muestra las medidas resumen. Con respecto al trabajo de Patel, los valores de Inglaterra son algo mayores (ver Figura 2.5).

	CV Inglaterra	CV Argentina
Habla		
Altura	0,83 (0,03)	0,84 (0,05)
Intervalos	0,93 (0,04)	0,96 (0,05)
Música		
Altura	-	0,72 (0,02)
Intervalos	-	0,83 (0,03)

Cuadro 3.9: Cuadro resumen de resultados melódicos (media y error estándar)

Los valores de la media en el habla son muy parecidos en ambos idiomas. La media del CV Altura es menor que la media del CV Intervalos, al igual que en el trabajo de Patel [1]. Y también ocurre lo mismo para el caso de los temas musicales de tango.

El valor del CV Altura en en tango y en la música francesa es prácticamente el mismo (ver página 27).

Los resultados de las medidas de las frases y los temas musicales se pueden observar en el Cuadro 3.10 y el Cuadro 3.11.

Frase	CVMelodiaAltura	CVMelodiaIntervalos
1	0,89	0,80
2	0,75	0,88
3	1,04	0,93
4	0,72	0,88
5	0,68	0,89
6	0,88	1,14
7	1,10	1,34
8	0,80	0,78
9	0,47	0,60
10	0,60	1,21
11	0,54	0,66
12	0,78	0,51
13	0,67	1,11
14	0,70	1,07
15	0,96	0,82
16	1,27	1,10
17	1,22	1,42
18	1,23	0,74
19	0,59	0,94
20	0,65	0,69
21	0,68	0,82
22	0,59	1,37
23	1,12	1,14
24	0,78	0,83
25	1,22	1,41

Cuadro 3.10: Medidas melódicas de las frases.

Tema	CVMelodiaAltura	CVMelodiaIntervalos	Tema	CVMelodiaAltura	CVMelodiaIntervalos
1	0,82	0,97	49	0,44	0,48
2	0,86	0,48	50	0,72	0,53
3	1,01	1,25	51	0,73	1,13
4	0,67	0,66	52	0,64	0,94
5	0,73	0,24	53	0,53	1,00
6	1,01	0,92	54	0,78	0,63
7	0,84	0,77	55	0,75	0,83
8	0,64	0,90	56	0,36	1,62
9	0,96	0,74	57	0,60	1,23
10	0,89	0,90	58	0,64	0,51
11	0,65	0,62	59	0,73	0,68
12	0,70	0,57	60	0,71	1,33
13	0,63	0,55	61	0,87	0,56
14	0,91	1,10	62	0,68	1,02
15	0,74	0,30	63	0,92	1,30
16	1,14	0,82	64	1,72	1,88
17	0,81	0,83	65	0,56	1,25
18	0,56	1,12	66	0,95	1,07
19	0,87	1,25	67	0,60	1,22
20	0,60	0,61	68	0,62	0,84
21	0,66	0,87	69	0,67	0,64
22	0,59	0,74	70	0,53	1,01
23	0,77	0,67	71	0,66	0,84
24	0,77	0,63	72	0,69	0,91
25	0,62	0,93	73	0,48	1,23
26	0,81	0,51	74	0,76	0,46
27	0,77	0,55	75	0,69	0,76
28	0,58	0,63	76	0,74	0,89
29	0,56	0,90	77	0,53	0,67
30	0,76	0,46	78	0,52	0,80
31	0,66	0,81	79	0,86	0,61
32	0,56	1,00	80	0,77	0,95
33	0,95	0,85	81	0,66	0,45
34	0,90	0,94	82	0,69	0,83
35	0,71	0,51	83	0,45	1,13
36	0,84	0,75	84	0,74	0,65
37	0,81	0,84	85	0,68	1,20
38	0,43	0,95	86	0,56	1,19
39	0,65	0,52	87	0,71	1,65
40	0,77	0,60	88	0,53	0,53
41	0,82	0,66	89	0,80	0,98
42	0,60	1,02	90	0,67	1,20
43	0,69	0,69	91	0,82	0,63
44	0,96	1,15	92	0,62	1,09
45	0,69	0,81	93	0,71	0,69
46	1,09	0,67	94	0,67	0,45
47	0,53	0,56	95	0,84	0,29
48	0,74	0,58	96	0,58	0,81

Cuadro 3.11: Medidas melódicas de los temas.

3.2.3. Tests

Se aplicaron varios tests de Mann-Whitney para efectuar las comparaciones entre los idiomas y la música. La hipótesis nula es la de la igualdad en las distribuciones. El objetivo era encontrar diferencias entre el inglés y el castellano tanto a nivel rítmico como melódico. Todos los tests se desarrollaron con un intervalo de confianza del 90 % y un nivel de significación de 0,05.

- Test entre el idioma castellano y el inglés

Resumen de prueba de hipótesis				
	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	La distribución de nPVI es la misma entre las categorías de idioma.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,001	Rechazar la hipótesis nula.
2	La distribución de CV_ritmo es la misma entre las categorías de idioma.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,007	Rechazar la hipótesis nula.
3	La distribución de CV_altura es la misma entre las categorías de idioma.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,806	Retener la hipótesis nula.
4	La distribución de CV_intervalos es la misma entre las categorías de idioma.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,716	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es ,05.

Figura 3.8: Test de hipótesis entre los idiomas castellano e inglés

Las medias de las medidas rítmicas del castellano son mayores que las observadas por Patel en el idioma francés (ver Cuadro 3.6 y Cuadro 2.2), aunque no llegan a los valores de inglés reportados por él. En el caso de la música, la media del nPVI es similar en ambos idiomas, y también, en ambos idiomas, es mayor el CV Rítmico de la música respecto del habla.

En el caso del ritmo el test da como resultado una diferencia entre los idiomas castellano e inglés. También se pueden observar las diferencias a continuación mediante los boxplots donde se ven más detalles de las distribuciones. Un **boxplot** es un gráfico que representa un conjunto de datos y cuyo objetivo es brindar información de manera más directa a partir de la visualización. Se representa de manera vertical los valores de una variable numérica, siendo los extremos inferior y superior, el mínimo y el máximo respectivamente. El primer cuartil y el tercer cuartil (ver página 12) se ubican en la parte inferior y superior

respectivamente de la caja. En el gráfico las medianas están representadas por la línea horizontal del interior de las cajas. Y también figuran algunos outliers.

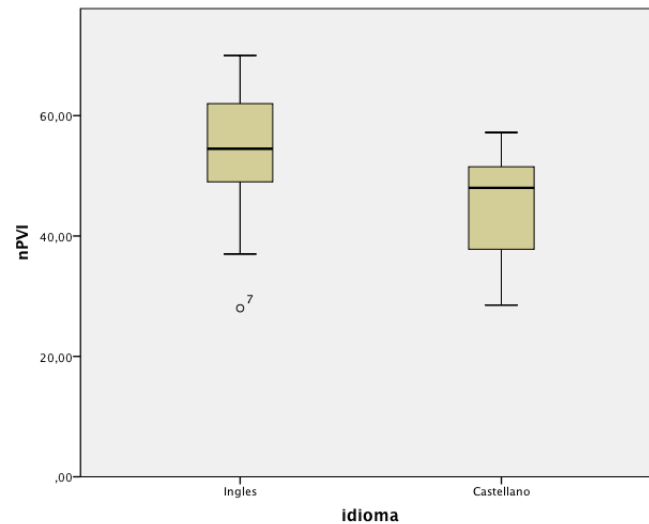


Figura 3.9: Boxplot nPVI

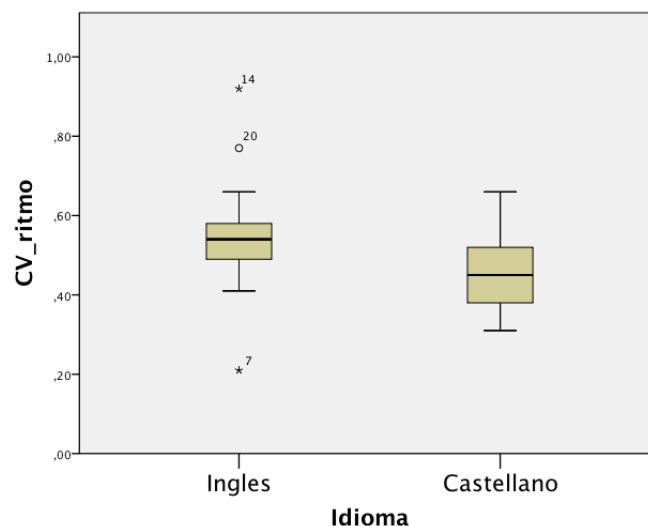


Figura 3.10: Boxplot CV Ritmo

Estas diferencias anteriormente mencionadas también se vuelcan en el Test de Mann-Whitney ya que ambos tests dan como resultado rechazar, es decir, evidencian diferencias significativas entre ambos idiomas.

Las melodías del habla castellana e inglesa tienen medias muy parecidas, lo cual también se refleja en los tests (ver Figura 3.8) ya que dan como verdadera a la hipótesis nula. En este caso no ocurre como en el trabajo de Patel, en el que una de las medidas permite diferenciar a los idiomas y la otra no, si no que ninguna lo evidencia.

- Test de hipótesis entre el idioma castellano y los tangos

En este caso testeamos a ambos dominios de Argentina entre sí, el habla y la música. Se evidencian diferencias significativas en cuanto a todas las medidas, aunque si los tests tuvieran un nivel de significación menor a 0,03 sólo uno de ellos favorecería a la hipótesis alternativa, el CV Ritmo (medida que Patel no encuentra que describa específicamente la diferencia entre los idiomas estudiados).

Resumen de prueba de hipótesis				
	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	La distribución de nPVI es la misma entre las categorías de tipo.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,049	Rechazar la hipótesis nula.
2	La distribución de CV_ritmo es la misma entre las categorías de tipo.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,000	Rechazar la hipótesis nula.
3	La distribución de CV_altura es la misma entre las categorías de tipo.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,048	Rechazar la hipótesis nula.
4	La distribución de CV_intervalos es la misma entre las categorías de tipo.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,036	Rechazar la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es ,05.

Figura 3.11: Test de hipótesis entre el idioma castellano y los tangos

- Test de hipótesis entre el idioma inglés y los tangos

Si en lugar de comparar al idioma inglés con el castellano lo comparamos con la música representando en este caso a Argentina, obtenemos estos resultados:

Resumen de prueba de hipótesis				
	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	La distribución de nPVI es la misma entre las categorías de idioma.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,000	Rechazar la hipótesis nula.
2	La distribución de CV_ritmo es la misma entre las categorías de idioma.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,020	Rechazar la hipótesis nula.
3	La distribución de CV_altura es la misma entre las categorías de idioma.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,005	Rechazar la hipótesis nula.
4	La distribución de CV_intervalos es la misma entre las categorías de idioma.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,037	Rechazar la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es ,05.

Figura 3.12: Test de hipótesis entre el idioma inglés y los tangos

Los resultados de la Figura 3.12 muestran diferencias en el aspecto que no ocurre para el idioma castellano con el inglés, que es el melódico.

Si el nivel de significación del test fuera menor a 0,02, se evidenciarían diferencias en el caso del nPVI y del CV Altura.

3.3. Conclusiones y trabajo a futuro

Volviendo al inicio de la investigación, este trabajo se realizó en base al estudio de Patel [1] cuya hipótesis era que un compositor nativo de un país refleja en sus composiciones artísticas parte de la prosodia de su lengua materna. Para ello se compararon dos países cuyos idiomas eran distintos en cuanto a su procedencia y se intentó observar diferencias entre ellos. En el trabajo de Patel se comparó entonces Inglaterra con Francia. En el presente trabajo el objetivo fue reproducir el análisis del autor pero referido a nuestro país Argentina. Para ello utilizamos bases de datos del idioma castellano y del tango, la música que consideramos propia de esta región. Ambas son de las mismas épocas. También trabajamos con una base de idioma inglés para poder hacer los análisis numéricos ya que no contamos con la base de Patel.

En el estudio original se trabaja con cuatro medidas en total, de las cuales se terminan rescatando dos de ellas:

- el nPVI (*normalized pairwise variable index*) para medir el ritmo

$$nPVI = \frac{100}{N-1} \times \sum_{i=1}^{N-1} \left| \frac{x_i - x_{i+1}}{\frac{x_i + x_{i+1}}{2}} \right|$$

- el coeficiente variacional (CV) melódico de los intervalos para medir la melodía

$$\frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}}{\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}} = \frac{media}{desvio}$$

Es con estas medidas que se logró diferenciar a los idiomas en cuanto al ritmo del habla, al ritmo de la música, a la melodía del habla y a la melodía de la música. Las otras medidas utilizadas no proporcionaban diferencias significativas en alguno de los dominios.

Teniendo en cuenta el origen de ambos idiomas, inglés y francés, el primero germánico y el segundo románico, sabemos a través del campo de la lingüística que existe una clasificación de ellos a partir de su prosodia. El inglés pertenece al grupo de idiomas con compás acentual y el francés se clasifica entre los idiomas de compás silábico. Mientras que en los primeros la longitud de las vocales en las oraciones se acomoda en el tiempo según su acentuación, estirándose o acortándose, en los segundos, el tiempo de duración de una frase se puede predecir en función de la cantidad de sílabas, o dicho de otro modo, la duración total se da proporcional a la cantidad de sílabas. Por lo tanto, no hay mucha variabilidad en las duraciones de los núcleos o sílabas, mientras que para el otro grupo lingüístico, el valor del nPVI será mayor ya que hay más contraste silábico entre elementos consecutivos (ver página 13). Se puede ver en la fórmula que si los elementos consecutivos son iguales, el término respectivo sumará cero. Por lo tanto es esperable que las lenguas

de compás silábico tengan un valor de nPVI menor que el inglés. Lo que sucede en el aspecto rítmico es que el coeficiente variacional del ritmo mide su variación en general, sin importar el orden. En este caso, dado el origen de los idiomas, la medida nPVI resulta más ajustada para detectar la diferencia respecto del ritmo en ellos ya que observa la diferencia entre las duraciones consecutivas. Esa es la conclusión a la que arriba Patel.

En nuestro caso, dado que el castellano es un idioma románico al igual que el francés, reproducimos el análisis situando en el lugar del francés al idioma castellano. En principio, vemos que los valores de nPVI del castellano son menores que los del inglés al igual que sucede con los del francés (ver Cuadro 3.12): 45 es el valor medio del castellano contra 54,5 del inglés. También registramos una diferencia significativa entre el castellano y el idioma inglés para el caso del nPVI (ver Cuadro 3.12 y también Cuadro 2.2).

	nPVI Inglaterra	nPVI Argentina	p	CV Inglaterra	CV Argentina	p
Habla	54,5	45,0	0,001	0,54	0,46	0,007
Música	-	39,5		-	0,63	

Cuadro 3.12: Resultados Finales Rítmicos (p-valor respecto al Test de Mann-Whitney)

De hecho, se observan diferencias significativas entre el idioma castellano y el idioma inglés a través de ambas medidas rítmicas calculadas. Para el caso del CV rítmico, también se obtiene una diferencia significativa. En el trabajo de Patel, sucede lo mismo aunque luego esta medida pierde importancia en el dominio de la música.

También podemos destacar que en el caso de los valores rítmicos del inglés, los valores medios de las dos medidas coinciden con los datos del trabajo de referencia (ver Cuadro 3.5 y Cuadro 2.2).

En el caso de la melodía se estudian dos medidas en el trabajo original. Una es el coeficiente de variación de la altura y el otro, el coeficiente de variación de los intervalos.

Las lenguas de compás acentual, que tienen mayor contraste en la duración de sus sílabas consecutivas que las lenguas de compás silábico, en el aspecto melódico también tienen una mayor variabilidad. El trabajo de Patel concluye que esta variabilidad no se da a partir de la altura de las notas o sílabas según si hablamos de un tema musical o de una frase, sino que se da a partir de la variabilidad en los intervalos de las notas sucesivas o sílabas sucesivas. Es por eso que apoya el uso del coeficiente variacional melódico de los intervalos.

De hecho, en los resultados, lo que sucede es que las diferencias significativas se dan para esta medida tanto en el habla como en la música. No así con el coeficiente

variacional de la altura.

En el presente trabajo, no se observan diferencias significativas en el caso melódico. De hecho, los valores son muy similares entre los idiomas (ver Cuadro 3.13). Por lo tanto no podemos concluir que esto se refleja en nuestro idioma.

	CV Inglaterra	CV Argentina	p
Habla			
Altura	0,83	0,84	0,806
Intervalos	0,93	0,96	0,716
Música			
Altura	-	0,72	-
Intervalos	-	0,83	-

Cuadro 3.13: Resultados Melódicos (p-valor respecto al Test de Mann-Whitney)

Utilizando el dato del año de cada tango de la base, y luego de hacerse un análisis por década, se observa una tendencia en el nPVI medio de los temas musicales: a medida que se avanza de década (del '20 al '50) éste disminuye de 45 a 33 (ver Cuadro 3.7).

Como trabajo a futuro se pueden encontrar nuevas bases de datos del idioma y de la música, más amplias, y repetir los análisis como para observar si esta vez se reflejan todos los resultados del trabajo original.

También sería interesante a partir de bases de datos del habla de distintas regiones de la Argentina, poder delimitar a través de estas técnicas las diferencias que existen en los diferentes acentos de las provincias (el acento cordobés, el habla de Entre Ríos, el porteño, el rosarino, etc.).

Otra posibilidad que permite esta técnica es estudiar influencias de la métrica del idioma propio en la adquisición de la prosodia de otro idioma, es decir, en el aprendizaje oral de una lengua extranjera.

Bibliografía

- [1] Patel, A. D., Iversen, J.R., and Rosenberg, J.C. (2006). Comparing the rhythm and melody of speech and music: The case of British English and French. *Journal of the Acoustical Society of America*, 119:3034-3047
- [2] Patel, A. D. and Daniele, J.R. (2003). An empirical comparison of rhythm in language and music. *Cognition*, 87:B35-B45.
- [3] Patel, A. D. (2006). An Empirical Method for Comparing Pitch Patterns in Spoken and Musical Melodies: A Comment on J.G.S. Pearl's "Eavesdropping with a Master: Leos Janáček and the Music of Speech." *Empirical Musicology review* 1(3): 166-169
- [4] Patel, A. D. Rhythm in Language and Music. *Parallels and Differences*.
- [5] Han Se, Sundararajan J, Bowling DL, Lake J, Purves D (2011) Co-Variation of Tonality in the Music and Speech of Different Cultures. *PLoS ONE* 6(5): e20160. doi: 10.1371/journal.pone.0020160
- [6] McGowan, R. W., Levitt, A. G. (2011). A comparison of rhythm in English dialects and music. *Music Percept.* 28, 307–314. doi: 10.1525/mp.2011.28.3.307
- [7] E. Grabe and E. L. Low (2003): Durational variability in speech and the rhythm class hypothesis. In: *Papers in laboratory phonology* (7), 515-546.
- [8] Ramus, F (2002) *Acoustic Correlates of Linguistic Rhythm: Perspectives, Speech Prosody* 2002
- [9] Benson, D., *Music: A Mathematical Offering*.
- [10] Amster, P. (2010) ¡Matemática, maestro! Un concierto para números y orquesta.
- [11] Durán, R. G., Mesz, B. (2010) ¿Por qué usamos 12 notas? De Pitágoras a Bach.
- [12] Wright, D. (2009), *Mathematics and Music*, American Mathematical Society, AMS Mathematical World Series

- [13] Arbonés J. y Milrud P. (2011) La armonía es numérica. RBA.
- [14] Rhythm (2016). In Encyclopædia Britannica. Obtenido de <https://www.britannica.com/art/rhythm-music>
- [15] The New Encyclopædia Britannica. Edición 15va. (1988) Vol. 10 pág. 33 & Vol. 7 pág. 1033
- [16] Real Academia Española. (2016). Diccionario de la lengua española (23.a ed.). Consultado en <http://www.dle.rae.es/>
- [17] Randel, D. M., (1978) Harvard Concise Dictionary of Music
- [18] Carlos Gardel. (2016). In Encyclopædia Britannica. Obtenido de <https://www.britannica.com/biography/Carlos-Gardel>
- [19] Unamuno V.. Lengua. Serie para la enseñanza en el modelo 1 a 1.
- [20] Yohai, V. J. (2008). Notas de Probabilidad y Estadística. Capítulos 1 al 12.
- [21] Boente G. y Yohai V.. Notas de Estadística.
- [22] Wolfram Alpha LLC. 2016. Wolfram|Alpha. <http://www.wolframalpha.com/>
- [23] MusicT_EX
- [24] L^AT_EX