Optimización

Primer Cuatrimestre 2018

Práctica N° 2,5: Métodos Cuasi Newton (Versión preliminar).

Ejercicio 1 (Búsqueda por la razón dorada:) Se desea fijar un criterio para la elección de α_k, β_k en el algoritmo anterior, de manera tal que se cumplan:

- que en cada paso el intervalo se vea reducido en un factor fijo η:

$$\beta_{k+1} - \alpha_{k+1} = \eta(\beta_k - \alpha_k),$$

- que en cada paso sea necesario evaluar f una sola vez. Es decir, que alguno de los nuevos puntos: α_{k+1} ó β_{k+1} coincida con alguno de los anteriores α_k ó β_k.

Escribir las fórmulas para α_{k+1} y β_{k+1} en función de a_k, b_k y η para que se satisfaga la primer condición, y calcular el valor de η para que se cumpla la segunda.

Ejercicio 2 Cambios lineales de variables no afectan al método de Newton. Consideramos el cambio de variables $x = Sy$ con S inversible. Escribir el método de Newton en las variables y y mostrar que genera la sucesión $y_k = S^{-1}x_k$, siendo xk la sucesión generada por el método de Newton en las variables x

Ejercicio 3 Implemente el siguiente algoritmo que generaliza el método de Newton: Dados $x_0 \in \mathbb{R}$, $\alpha \in (0, 1)$.

a. Si $\nabla f(x_k) = 0$ Parar.

b. Intentar la factorización de Cholesky: $\nabla^2 f(x_k) = LL^t$

c. Si (2) es posible obtener $d_k \in \mathbb{R}^n$ resolviendo

$$Lz = -\nabla f(x_k),\ Ld_k = z.$$

d. Si (2) no es posible, hacer $d_k = -\nabla f(x_k)$.

e. Elegir t por Armijo de modo que se satisfaga $f(x_k + td_k) \leq f(x_k) + \alpha t \nabla f(x_k)^t d_k$, hacer $x_{k+1} = x_k + td_k$ y volver a (1).

Ejercicio 4 Considere la funcion $f(x; y) = (x - 2y)^2 + x^4$. Calcular la direccion de Newton en el punto $(2; 1)$. ¿Cumple el valor $t = 1$ la regla de Armijo con parámetro $\alpha = \dfrac{1}{5}$?